

1897

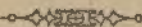
2046

В. Латышевъ.

РУКОВОДСТВО

КЪ

ПРЕПОДАВАНІЮ АРИΘΜΕΤΙΚИ.



Издание К. И. Тихомирова,

Комиссіонера **ИМПЕРАТОРСКАГО** Московскаго Общества Сельскаго Хозяйства
и Московской Комиссіи Народныхъ Читеній.

(Кузнецкій Мостъ, книжный магазинъ).

Москва. — 1896.

Дозволено цензурою. Москва, 31-го Июля 1896 года.

МОСКВА.

Типо-Литографія Н. И. Гросманъ и К^о, Маросейка д. Хвощинскаго.



Предисловіе ко 2-му изданію.

Предлагаемая читателямъ книжка была напечатана лѣтъ 15 тому назадъ въ издаваемомъ мною и до сихъ поръ журналѣ «Русскій Начальный Учитель». Тогда выпущена она была и отдѣльнымъ изданіемъ, которое давно разошлось, но не возобновлялось мною, такъ какъ я все хотѣлъ дополнить книгу изложеніемъ всего хода преподаванія ариѳметики. Но все расширяющаяся практическая дѣятельность не давала возможности исполнить первоначальное намѣреніе.

На выставкѣ въ Нижнемъ-Новгородѣ мнѣ пришлось познакомить бывшихъ въ концѣ іюня на выставкѣ народныхъ учителей и учительницъ съ моей программой ариѳметики для начальной школы и объ-

яснить основанія, на которыхъ она построена. Сочувствіе къ программѣ учащихся и просьбы дать печатное изложеніе бесѣды заставили меня рѣшиться напечатать новымъ изданіемъ предлагаемое руководство, безъ задуманнаго дополненія, т. к. написать его и теперь затрудняюсь по крайнему недостатку времени. Дополняю только программой, прочитанной на выставкѣ.

В. Латышевъ.

Арифметика съ давнихъ поръ считается необходимымъ предметомъ обученія во всякой начальной школѣ. На это есть двѣ причины. Первая та, что практическая потребность въ арифметическихъ знаніяхъ очень велика, вторая—что занятія арифметикой въ сильной степени развиваютъ учащихся. Но достигнуть этихъ цѣлей, особенно второй, вовсе нелегко и потому написано очень много книгъ о способахъ преподаванія арифметики (о *методахъ преподаванія*).

Во всѣхъ такихъ русскихъ книгахъ я нахожу важный недостатокъ, мѣшающій правильному пониманію дѣла и потому дающій поводъ къ огульному обвиненію въ негодности всѣхъ руководствъ къ преподаванію арифметики (методикъ). Этотъ недостатокъ—непрактичность составителей, именно составителей, а не ихъ совѣтовъ. Дѣло въ томъ, что авторы руководствъ къ преподаванію обыкновенно подробно описываютъ предлагаемые приемы работы, но очень мало выясняютъ характеръ всего курса и значеніе каждого отдельнаго упражненія въ ряду другихъ. Отсюда является очень часто непониманіе со стороны читателей, особенно неопытныхъ въ дѣлѣ преподаванія, значенія каждого изъ отдельныхъ упражненій, является слишкомъ большая привязанность къ формѣ, а не сущности дѣла, такъ какъ послѣдняя остается непонятою, или, наоборотъ (по той же причинѣ), является слишкомъ легкое отношеніе къ предлагаемому методу, отрицаніе его полезности,—и все это

изъ за непригодности нѣкоторыхъ второстепенныхъ упражненій. Недостаткомъ практичности страдаетъ и первое разработанное руководство (изъ числа изданныхъ на русскомъ языкѣ), составленное г. Евтушевскимъ. Существованіе подобнаго недостатка даетъ тѣмъ сильнѣе себя чувствовать, что авторы руководствъ слишкомъ горячо стоятъ за каждое отдѣльное предлагаемое ими упражненіе, а также и за порядокъ ихъ, какъ будто въ этомъ все дѣло.

Что руководства къ преподаванію ариметики дѣйствительно не выясняютъ общей мысли курса—лучше всего видно на тѣхъ читателяхъ, которые, хотя и знакомы съ арифметикой, даже хорошо знакомы, но не преподавали ея.

Чтеніе руководства къ преподаванію для такихъ лицъ оказывается почти невозможнымъ: у нихъ ничего не остается въ памяти, именно потому, что смыслъ упражненій и связь между ними не видны, а заучиванье упражненій и невозможно, и не имѣетъ никакого смысла. Приходится читателю оставить книгу и обратиться къ ней только тогда, когда придется начать дѣло, когда придется обдумывать уроки. Въ этомъ случаѣ (такъ какъ опытности нѣтъ) начинающій учитель или учительница обыкновенно *буквально* держатся выбранной книжки, чаще всего книги г. Евтушевскаго. Труда тратится при этомъ очень много, опять таки потому, что авторами методикъ мало обращается вниманія на объясненіе того, какъ добиться отъ учениковъ хорошаго пониманія *цѣлаго* курса, всего пройденнаго, а не отдѣльныхъ уроковъ. Выходить, что учителю, придерживающемуся книги, удаются обыкновенно лишь отдѣльные уроки, а хорошо пройти весь курсъ онъ не можетъ. Да, умѣнье давать хорошіе отдѣльные уроки и умѣнье хорошо пройти *весь* курсъ — далеко не одно и тоже. Чѣмъ меньше познанія самаго учителя, чѣмъ меньше у него опытности, тѣмъ труднѣе ему хорошо пройти съ учениками весь курсъ какого-нибудь предмета. Помочь учителямъ въ этомъ дѣлѣ—прямая обязанность тѣхъ, которые, будучи сами вполне знакомы съ предметомъ, занимаются приготовленіемъ учителей для начальныхъ училищъ.

Не смотря на указанный недостатокъ руководствъ къ преподаванію арифметики (о которыхъ я главнымъ образомъ говорю), въ нихъ всетаки говорится объ общей идеѣ курса, но только въ слишкомъ общихъ выраженіяхъ. Между тѣмъ у начинающихъ учи-

телей и учительницъ почти всегда бываетъ желаніе выяснитъ себѣ какъ теорію предмета, такъ и общую мысль того курса, который они должны вести. Мнѣ постоянно приходится наблюдать, что всѣ учителя, придерживавшіеся книги г. Евтушевскаго, особенное вниманіе обращали на тѣ немногія теоретическія разъясненія, которыя находятся въ книгѣ. Въ разговорѣ о приемахъ преподаванія, приемахъ рѣшенія задачъ они прежде всего упоминають о возможности двойкаго анализа (и рѣшенія) задачъ, о томъ, что всѣ дѣйствія (будто-бы) сводятся къ сложению и могутъ быть имъ замѣнены и т. д. Находя въ книгѣ объясненія такихъ вещей, о которыхъ въ учебникахъ вовсе не говорится, о которыхъ онъ не имѣлъ даже понятія, народный учитель, конечно, проникается уваженіемъ къ книгѣ, легко и вполне ей вѣритъ и слѣдуетъ. А потомъ, при неудачѣ нѣкоторыхъ упражненій или при неумѣнн овладѣть *цѣлымъ* курсомъ, разочаровывается и, забывъ по немногу о первомъ впечатлѣніи, начинаетъ бранить книгу, во всемъ видѣтъ недостатки. Рѣзкость перехода зависитъ отъ того, что книга не можетъ поддержать перваго впечатлѣнія.

Итакъ, въ руководствахъ къ преподаванію предметовъ начальной школы необходимо давать не только *описаніе* предполагаемыхъ упражненій, но и объясненіе тѣхъ цѣлей, которыя должны быть достигнуты при прохожденіи какъ цѣлаго курса, такъ и каждой его части, необходимо указать на то, какъ связать отдѣльные уроки въ одно стройное цѣлое, какъ уберечься отъ увлеченія одной какой нибудь стороною дѣла, какъ сохранить послѣдовательность въ объясненіяхъ.

Для большаго успѣха дѣла важно различить *основанія метода* и различные приемы его примѣненія: послѣдніе могутъ быть въ значительной степени разнообразны. Я думаю даже, что каждый учитель принесетъ пользу себѣ и ученикамъ, видоизмѣняя время отъ времени приемы примѣненія метода, т. е. перемѣняя форму, порядокъ упражненій, отбрасывая или вновь прибавляя нѣкоторыя упражненія и т. п. Такія измѣненія оживляютъ учителя, а это весьма важно для успѣха дѣла. Впрочемъ, начинающимъ учителямъ, съ своей стороны, всетаки совѣтую, принимаясь за дѣло, прежде всего выбрать для себя руководство и придерживаться его въ первое время, стараясь уловить основныя черты ме-

тогда, а потомъ уже, приглядѣвшись къ дѣлу, измѣнять тѣ или другія упражненія, въ случаѣ крайности—даже весь методъ. Иначе, неопытный преподаватель легко можетъ разбросаться и въ концѣ года не придти ни къ какому осязательному результату; слѣдуя порядочной книгѣ, преподаватель даже невольно сохранить нѣкоторую послѣдовательность и постепенность упражненій.

Бросать принятый методъ тотчасъ-же при неудачѣ преподаванія—во всякомъ случаѣ не слѣдуетъ. Не легко привыкать къ новому методу, а между тѣмъ неудача преподаванія большею частію зависитъ отъ примѣненія метода, т. е. отъ учителя, а не отъ самаго метода. Самый вѣрный путь для выбора метода — опредѣлить его основанія прежде, чѣмъ примешься разрабатывать методъ въ подробностяхъ.

Я думаю, что наиболѣе существенныя положенія методики арифметики не трудно выяснить, и (думаю, что относительно нихъ возможно соглашеніе между учителями. Нѣтъ сомнѣнія, что *основныя* положенія методики арифметики должны быть одинаковы для всѣхъ народовъ, такъ какъ они зависятъ отъ свойствъ самаго предмета и отъ общихъ свойствъ человѣческаго духа; но выполненіе метода можетъ разнообразиться очень сильно. Для удачі дѣла необходимо знать тѣхъ людей, которыхъ обучаешь, поэтому необходимо примѣняться и къ національности. У насъ же обыкновенно, или вовсе не принаравливаются къ особенностямъ русскихъ дѣтей, или думаютъ, что у русскихъ даже и арифметика должна быть не такая, какъ у другихъ народовъ.

Избирая методъ преподаванія учитель долженъ рѣшить: чего онъ желаетъ (чему хочетъ научить), такъ какъ отъ этого главнымъ образомъ долженъ зависеть характеръ преподаванія, т. е. должно опредѣлиться, на какія стороны предмета слѣдуетъ особенно налегать при обученіи. Но при этомъ слѣдуетъ помнить, что хорошій результатъ преподаванія—не многочисленныя, а *основательныя* знанія. Обычная ошибка начинающихъ преподавателей—желаніе какъ можно больше сообщить знаній, отчего знанія выходятъ поверхностными, учитель легко разбрасывается. Между тѣмъ, нерѣдко случается, что не блестящіе на видъ, даже не особенно живые уроки одного учителя въ концѣ-концовъ даютъ гораздо лучшіе результаты, чѣмъ оживленные и интересные уроки другого

только потому, что первый умѣетъ хорошо слѣдить за общемою мыслью курса.

Методъ преподаванія можетъ очень много облегчить дѣло обученія, потому что можетъ способствовать сбереженію силъ учащихся, можетъ сдѣлать занятія болѣе интересными и полезными, даже пріятными; но не слѣдуетъ приписывать методу всемогущества. Еще большая сила лежитъ въ самомъ предметѣ, въ ясности стройности и законченности его теорій. На эту внутреннюю силу самаго предмета въ послѣднее время стали обращать меньше вниманія, чѣмъ-бы слѣдовало, а прежде на нее возлагали всю надежду или, вѣрнѣе, не заботились о методахъ и потому образовательное вліяніе всякаго предмета почти исключительно зависѣло отъ его содержанія, а не отъ способа преподаванія. Но все мы, нынѣшніе учителя и распространители новыхъ методовъ преподаванія, сами учились еще по старымъ и, слава Богу, поняли и ариметику, и грамматику, да и другимъ еще толкуемъ объ этихъ предметахъ. Стало бытъ можно выучиться, хотя-бы учителя не придерживались никакого новаго метода. Не признавая убѣдительности такого довода, нельзя допустить возможности открытія когда-бы то ни было новыхъ лучшихъ методовъ: если сами не понимаютъ дѣла, то гдѣ ужъ дѣлать какія-нибудь открытія.

По своей практикѣ, какъ преподаватель Учительскаго Института, я очень часто замѣчалъ, что молодые люди, слушающіе постоянно рѣчи о новыхъ методахъ преподаванія, о преимуществахъ этихъ новыхъ методовъ, невольно, незамѣтно приходятъ къ мысли о томъ, что въ старыхъ методахъ—все дурно, и только въ послѣдствіи убѣждаются, что и въ нихъ были хорошія стороны. Во всякомъ случаѣ новые методы обученія, вообще говоря, много способствовали облегченію дѣла для дѣтей и тѣмъ уже принесли большую пользу.

Хорошій учитель сумѣетъ не только облегчить работу ученикамъ, но и возбудить ихъ энергію, и научить работѣ и даже заставить на практикѣ убѣдиться въ томъ, какъ важно приниматься за всякое дѣло обдуманно и умѣючи. Все это нужно для того, чтобы не только заставить учениковъ работать, но заставить ихъ оцѣнить полезность работы и полюбить ее. Полюбить работу можно, если она будетъ удаваться. Пусть-же трудъ будетъ всегда по си-

ламъ ученику! Но непременно требуйте труда, требуйте усилий. Въ противномъ случаѣ ученикъ не приучится къ работѣ и не будетъ ею заинтересованъ. Совѣты новѣйшихъ педагоговъ часто грѣшили тѣмъ, что слишкомъ ужъ облегчали работу ученика и потому способствовали не возбужденію, а ослабленію энергіи учащихся. Кого всегда тащутъ на помочахъ, тотъ уже не сумѣетъ ходить самъ, безъ поддержки!

При изложеніи метода преподаванія я постоянно буду обращать вниманіе на психологическое вліяніе предлагаемыхъ приѣмовъ преподаванія, такъ какъ обученіе невозможно вполне отдѣлать отъ воспитанія, хотя-бы мы даже и хотѣли это сдѣлать.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Основные положенія метода преподаванія ариѳметики.

Находя, что преподаваніе ариѳметики должно быть прежде всего преподаваніемъ *предмета*, я начинаю съ объясненія дѣи обученія и общихъ положеній метода, такъ какъ ими опредѣляется образъ дѣйствія, котораго слѣдуетъ держаться въ каждомъ частномъ случаѣ. На этомъ же основаніи о преподаваніи ариѳметики въ сельской школѣ будетъ сказано позже.

Желая выяснитъ общій характеръ преподаванія ариѳметики, я счелъ необходимымъ прежде всего сказать: преподаваніе ариѳметики можетъ быть полезно только тогда, если будетъ вѣрно предмету, т. е. научитъ *арифметикѣ*. Кажется просто, но на дѣлѣ часто бываетъ иначе. Одинъ подъ видомъ ариѳметики хочетъ научить только быстро дѣлать вычисленія въ умѣ или даже на бумагѣ, другой хочетъ по вѣдѣ-же предположъ научить бухгалтеріи (счетоводству), третій—исполненію гдѣхъ упражненій, которыя онъ прицмалъ, четвертый заботится только о задачахъ и т. д.

Всякій предметъ, въ томъ числѣ и ариѳметика, имѣетъ двѣ стороны: теоретическую и практическую. та и другая должны быть усвоены, чтобы получилась возможность пріобрѣсти полезныя знанія, приложить ихъ къ дѣлу и развить свой умъ. Теорія предмета не можетъ быть понята и усвоена, если не поясняется практически, приложеніемъ этой теории къ дѣлу, къ частнымъ случаямъ. Практическія занятія сами по себѣ, т. е. не сопровождаемыя объ-

ясненіями, но обобщенія теоретически, сдѣлали могутъ бытъ правильно поняты и не могутъ довѣсти до умѣнья самостоятельно работать (такъ всегда бываетъ въ школахъ, сообщающихъ исключительно практическія знанія). Теорія ничто иное какъ объясненіе вещей отъ дѣльных свѣдѣній, указывающее на зависимость между послѣдними, и е указывающее на причину каждаго изъ нихъ. Понявъ въ чемъ дѣло, легко запомнить и факты. Итакъ, та и другая сторона всякаго предмета поясняютъ одна другую, обѣ одинаково необходимы.

Практическую сторону *арифметики* представляютъ вычисленія и задачи, а теоретическую — объясненіе вещей дѣствій надъ различного рода числами и объясненіе свойствъ чиселъ. Постоянная потребность въ производствѣ вычисленій и въ рѣшеніи различныхъ численныхъ вопросовъ (задачъ) давно заставила позаботиться объ обученіи арифметикѣ въ начальныхъ школахъ. Теоретическія объясненія полезны потому, что, заставляя обратить вниманіе на смыслъ дѣлаемыхъ вычисленій, сознательно относиться къ нимъ, приучаютъ нѣтъ умъ къ наблюденію надъ окружающимъ и къ размышленію. Простота, ясность, опредѣленность и послѣдовательность арифметической теории дѣлають ее однимъ изъ драгоценнѣйшихъ средствъ для правильнаго первоначальнаго развитія ума. Представленія о каждомъ изъ 4-хъ дѣствій всегда существуютъ у дѣтей, приходящихъ въ школу. Каждому ребенку въ жизни уже случалось прибавлять одну величину къ другой (однакъ предметъ къ другому) или отнимать одну отъ другой, случалось одну и ту же величину (предметъ, брать нѣсколько разъ или дѣлить ее на части. Въ школѣ дѣтя научается сознательно относиться ко всему этимъ случаямъ. Но важно то, что оно, начиная учиться, имѣть уже нѣкоторую подготовку къ занятіямъ арифметикой, а по другимъ предметамъ — гораздо меньшую. Сила образовательнаго вліянія арифметики велика, потому что ребенокъ, дойдя до сознательнаго представленія о томъ, что онъ дѣлаетъ съ числами, постепенно переходитъ къ выработкѣ понятій о дѣствіяхъ, къ опредѣленію ихъ и наконецъ доходитъ до полной и законченной теории. Если вся теорія постепенно вырабатывается на глазахъ учащихся, при ихъ дѣтельномъ участіи, то понятно, что при такихъ условіяхъ учащіеся легко могутъ не только усвоить самую теорію, но могутъ понять

начеше, ея пользу для пониманія всякаго дѣла, такъ какъ действительно постоянно выяснилъ имъ все то, что представля прежде смутнымъ и сбивчивымъ, привести къ очень простымъ и немногочисленнымъ выводамъ. На арифметическую теорію ученикъ, при томъ наталкивается естественнымъ образомъ: сама жизнь къ тому приводитъ. Вотъ вторая причина того, что арифметикъ учить во всѣхъ школахъ. Арифметическая теорія настолько проста, что ее возможно въ главнѣйшихъ чертахъ пройти *нею* даже въ народной школѣ. Трудно сказать эго про какой-нибудь другой предметъ.

Посмотримъ-же, въ чемъ состоитъ арифметическая теорія, чтобы точнѣе выяснитъ себѣ: къ чему должно стремиться при преподаваніи арифметики, а это необходимо и для рѣшенія другого вопроса: какимъ путемъ надо идти къ цѣли, т. е. это необходимо для опредѣленія основныхъ положеній метода обученія арифметикѣ.

Содержаніе всей арифметической теоріи, которая, въ главнѣйшихъ чертахъ, разумѣется, одинакова во всѣхъ курсахъ и учебникахъ арифметики (хотя она различно и неодинаково подробно изложена), сводится главнымъ образомъ къ понятіямъ о числахъ и дѣйствіяхъ надъ различнаго рода числами (цѣлыми числами, обыкновенными и десятичными дробями). Арифметическія же вычисленія применяются къ рѣшенію всякаго рода вопросовъ, когда желаютъ найти для нихъ точное рѣшеніе.

Дѣйствія надъ цѣлыми числами многими считаются несходными съ дѣйствіями надъ дробными числами. Это положительная ошибка. Кажущееся различіе дѣйствій зависитъ только отъ того, что дробныя числа изображаются иначе (средствомъ двухъ чиселъ: числителя и знаменателя: во лпшь только данныя дроби будутъ написаны въ одну строку, по тому же закону, какъ и цѣлыя числа, другими словами, лишь только данныя дроби будутъ обращены въ десятичныя—дѣйствія надъ ними будутъ дѣлаться такъ же, какъ и надъ цѣлыми числами. Потому и можно дать дѣйствіямъ надъ цѣлыми и дробными числами одинаковыя опредѣленія и названія, что въ томъ и другомъ случаѣ сущность дѣйствія одна и та-же. Замѣчу кстати, что дѣйствія надъ десятичными дробями остаются совершенно сходными съ дѣйствіями надъ обыкновенными дробями. Въ сложеніи и вычитаніи это сходство

очевидно: складываются и вычитаются одинаковы тош. При умноженіи на обыкновенную дробь, мы умножаемъ множимое на числителя дроби, а потомъ дѣлимъ на ея знаменателя. Тоже самое дѣлается и при умноженіи на десятичную дробь, хотя хотъ вычисления выражается обыкновенно иначе. Умножая на десятичную дробь „какъ на цѣлое число“, мы, собственно говоря, умножаемъ на числителя дроби (ставя запятую, мы какъ будто подшисываемъ знаменателя дроби); когда же въ произведеніи отбѣляемъ столько десятичныхъ знаковъ сколько ихъ было въ дѣлителѣ, то этимъ самымъ мы дѣлимъ полученное число на знаменателя дроби — множителя. Напр.: $23 \times 0,3 = 6,9$ или $23 \times \frac{3}{10} = \frac{23 \times 3}{10} = \frac{69}{10}$. Въ настоящемъ трудѣ не мѣсто приводить подробныя теоретическія объясненія, но подобныя объясненія не трудно дать и во всѣхъ другихъ случаяхъ.

По дѣйствию, конечно, можно производить только тогда, когда числа, показывающія величины, или количества предметовъ какимъ нибудь образомъ выражены (устно или письменн), поэтому прежде всего приходится придумать систему счисления (особыя названія даются только немногимъ числамъ). Не вѣ числа могутъ {быть выражены по одному способу, какова-бы ни была система счисления; поэтому приходится придумывать новыя выраженія для такихъ чиселъ, которыхъ мы не можемъ написать по принятой системѣ счисления. Раздѣляя, напримеръ, 30 на 7, мы не можемъ выразить частное такъ, какъ выражены дѣлимое и дѣлитель. — и потому приходится придумать новый способъ выраженія подобныхъ чиселъ: во взятомъ примѣрѣ получаемое частное принято изображать двумя числами $\left(\frac{30}{7}\right)$. Въ отличие отъ прежнихъ чиселъ цѣлыхъ, выраженіемъ новаго рода припано и новое названіе — дробныхъ чиселъ.

Само собою понятно, что вычисления съ дробными выраженіями сложнѣе, чѣмъ съ цѣлыми числами, поэтому при изученіи арифметики необходимо разсмотрѣть произовство дѣствій надъ дробями (оказывается, что при производствѣ дѣствій съ дробями для упрощенія вычисленій необходимо сокращать дроби: а чтобы возможно было правильно и по возможности просто дѣлать сокращенія — необходимо узнать свойства дробей (измѣненіе дробей при измѣненіи числителя или знаменателя дроби). При сложеніи и вы-

бей необходимо приводить ихъ къ одному знаменателю. знія дробей къ одному знаменателю также необходимо свести къ общему знаменателю дробей.

легче было отыскивать тѣ числа, на которыя можно свести дроби, необходимо знать признаки дѣлимости чиселъ, зненія этихъ признаковъ надо знать свойства чиселъ. чтобы найти такой знаменатель, къ которому можно было бы привести все данныя дроби — тоже нужно знать свойства чиселъ. Понятно, что въ полныхъ курсахъ свойства дробей всегда разсматриваются. Вотъ и все содержаніе курса ариметики

Итакъ, вся арифметическая теорія заключается въ теоріи дѣйствій, а все остальное необходимо собственно для упрощенія и усовершенствованія вычисленій (производства тѣхъ-же дѣйствій) въ тѣхъ случаяхъ, когда данныя числа не могутъ быть выражены въ видѣ цѣлыхъ чиселъ (все остальное представляетъ развитіе *средствъ вычисленій*). Прилагая арифметическія дѣйствія къ рѣшенію задачъ, дѣти научаются понимать важное значеніе арифметическихъ дѣйствій, знакомятся съ примѣрами примѣненія теоріи къ практикѣ; рѣшенія задачъ выветъ съ тѣмъ развивается сообразительность и смѣлливость учащихся, такъ какъ требуетъ приложенія приобретенныхъ свѣдѣній къ различнымъ случаямъ, научаетъ пользоваться приобретенными знаніями. Разнообразіе вопросовъ, для рѣшенія которыхъ нужно знать только 4 дѣйствія, по необходимости заставляютъ учениковъ *выдвигаться въ сферу* дѣлаемыхъ вычисленій и потому то способствуетъ выясненію теоріи.

Если-же содержаніе всей арифметики приводится къ 4 дѣйствіямъ, то на нихъ-то, разумѣется, и должно быть обращено особенное вниманіе преподавателя. Будучь усвоены дѣйствія — вся арифметика будетъ усвоена.

При обученіи важно сразу поставить ученика на вѣрную дорожку, важно съ самаго начала сообщить ему вполне правильное пониманіе предмета; только сдѣлать это нужно въ возможно простой формѣ. Отъ преподавателей очень часто можно услышать рѣчь о необходимости начинать съ простѣйшаго, переходя къ труднѣйшему, и эти слова многими повторяются безъ правильного пониманія дѣла. Начинать съ простѣйшаго — не значитъ начинать съ того, что *всего* легче; а съ того, что *хорошо* объясняетъ дѣло,

т. е. правильно и глубоко, но въ возможно *простой* *формѣ*. Поэтому-то и не стѣдуетъ начинать преподаваніе ариометики съ объясненія системы счисления (нумерации); хотя усвоеніе ея легко дается ученикамъ, но не ей принадлежатъ самая важная роль въ ариометикѣ, а дѣйствіямъ, но она помогаетъ ученикамъ *понять предметъ*.

Итакъ, начинать обученіе надо не съ того, что всего проще, а съ того, что всего *нужнѣе* для пониманія дѣла; но, разумеется, необходимо объяснить дѣло *какъ можно проще и убѣдительно*, не словами объясняя его, а разборомъ примѣровъ, заставляя работать самаго ученика, заставляя его собственнымъ опытомъ дойти до обобщенія. Какъ это сдѣлать? вотъ въ чемъ задача методики.

Я говорю, что на первомъ планѣ въ преподаваніи ариометики должны стоять дѣйствія и примѣненія ихъ къ рѣшенію задачъ, потому что дѣйствія объединяють всѣ отдѣльныя упражненія, составляють одно цѣлое—ариметику.

Смыслъ дѣйствій очень простъ: (цѣль каждого дѣйствія выражается его опредѣленіемъ *) (Однако-же на практикѣ смыслъ дѣйствій очень часто понимается и опредѣляется неправильно, а для учениковъ переходъ отъ дѣйствій надъ цѣлыми числами къ дѣйствіямъ надъ дробными числами часто бываетъ труденъ; ученики иногда даже и въ концѣ курса не могутъ хорошо усвоить умноженія и дѣленія дробей).

Неудовлетворительное положеніе дѣла объясняется тѣмъ, что обыкновенно бывають неправильны первоначальныя объясненія, что многодѣйствіи вызываетъ путаницу. Особенно часто неправильно опредѣляются умноженіе и дѣленіе. Первое опредѣляется какъ *увели-*

* *Сложене*—дѣйствіе, которымъ данныя числа (два или нѣсколько) соединяются въ одно.

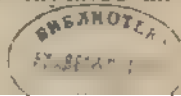
Вычитаніе—дѣйствіе, посредствомъ котораго одно число отнимается отъ другого.

Умноженіе—дѣйствіе, при которомъ одно число повторяется (берется столько-то) столько разъ, сколько единицъ въ другомъ.

Дѣленіе—дѣйствіе, которымъ рѣшимаго и множителю отыскивается другой множитель. (Въ одномъ частномъ случаѣ дѣленіе представляеть дробленіе на части: этотъ случай объяснять и названіе дѣйствія; въ другомъ частномъ случаѣ дѣлается мы знаемъ часть даннаго числа, а находимъ сколько разъ она содержится въ цѣломъ).

чение даннаго число въ нѣсколько разъ. второе—какъ уменьшеніе даннаго числа. Привыкнувъ къ такимъ опредѣленіямъ, употребляя ихъ въ продолженіи 2—3 лѣтъ и даже болѣе, ученики до такой степени свыкаются съ такими неправильными представленіями о дѣйствіяхъ, что потомъ, переходя къ дробямъ, долго, очень долго никакъ не могутъ освоиться съ мыслью, что нахожденіе части или нѣсколькихъ частей даннаго числа также представляетъ собою умноженіе. Трудность перехода къ новымъ, болѣе широкимъ понятіямъ часто заставляетъ учащихся *заучивать* объясненія. Между тѣмъ трудность перехода могла-бы быть облегчена: достаточно только воздерживаться отъ такого опредѣленія умноженія, которое вызываетъ въ послѣдствіи затрудненія. Сказавъ, что умноженіе есть такое дѣйствіе, при которомъ данное число *берется* (повторяется) нѣсколько разъ, мы потомъ легко можемъ добавить, что множитель показываетъ: сколько разъ берется множимое, что онъ показываетъ, какъ изъ множимаго надо составить новое число. Переходи въ послѣдствіи къ дробямъ, мы можемъ выражаться также: множитель показываетъ, сколько частей множимаго надо взять. Можно достигнуть даже того, что ученики сами скажутъ: „данное число *надо умножить на дробь*“, а тогда останется только разобрать: какъ сдѣлать такое умноженіе. Для достиженія цѣли слѣдуетъ только взять такую задачу, гдѣ-бы приходилось данное число умножать на цѣлое число съ дробью (Напримѣръ: одинъ аршинъ сукна стоитъ 4 р., сколько стоятъ $5\frac{1}{4}$ ар.). Предлагаемая форма опредѣленія умноженія позволяетъ *не перемѣнять* даннаго однажды опредѣленія, а только *дополнять* его, развивать. Въ этомъ я вижу большое преимущество, такъ какъ при сходствѣ опредѣленій дѣти легко поймутъ и сходство дѣйствій.

Дѣленіе слѣдуетъ первоначально опредѣлять какъ *дѣленіе на части* (но ни въ какомъ случаѣ не слѣдуетъ опредѣлять его какъ *уменьшеніе* даннаго числа); потомъ можно указать на существованіе другаго случая дѣленія—когда опредѣляется, сколько разъ одно число содержится въ другомъ. Дѣти обыкновенно безъ всякаго затрудненія признаютъ существованіе двухъ случаевъ, такъ какъ знаютъ это изъ собственнаго опыта (рѣшая задачи, они всегда вѣрно говорятъ, что надо раздѣлить одно число на другое, какъ-бы изъ двухъ возможныхъ случаевъ ни представлялся). Впо-



слѣдствіи можно будетъ объяснить, почему оба случая дѣленія одинаково называются дѣленіемъ. Объясненію много помогаетъ повторка дѣйствія умноженіемъ. и въ томъ, и въ другомъ случаѣ дѣленія мы находимъ число, равное произведенію дѣлителя на частное, значить, дѣлимое всегда можно сравнить съ произведеніемъ, дѣлитель съ однимъ изъ множителей а частное съ другимъ. При переходѣ къ дробямъ опять можно взять такія задачи, рѣшая которыя ученики сами скажутъ, что надо раздѣлить одно изъ данныхъ на дробное число (всего лучше взять для объясненія случай дѣленія на смѣшанное число); а въ такомъ случаѣ вопросъ будетъ только въ томъ: какъ сдѣлать вычисленіе.

Не говоря, что дѣленіе—уменьшеніе числа, мы много облегчимъ учащимся переходъ отъ дѣйствій съ цѣлыми числами къ дѣйствіямъ надъ дробными числами, потому что ученикамъ не придется перемѣнять вполнѣ усвоенное понятіе о дѣленіи на новое, не придется переучиваться.

Объясненіе сложенія обыкновенно не затрудняетъ учащихся; опредѣленіе же вычитанія нерѣдко вызываетъ затрудненія, именно въ тѣхъ случаяхъ, когда учитель или учительница опредѣляютъ вычитаніе какъ такое дѣйствіе, посредствомъ котораго мы узнаемъ *насколько одно число больше другого*. Въ подобномъ случаѣ затрудненія встрѣчаются уже при объясненіи дѣйствій съ цѣлыми числами. Причина затрудненія кроется въ неправильности опредѣленія, обнимающаго собою только одинъ изъ случаевъ вычитанія, а не оба, *) что и обнаруживается при объясненіи задачъ. По приведенному опредѣленію нельзя, напримѣръ, объяснить рѣшенія такой задачи: въ одномъ классѣ сорокъ учениковъ, въ другомъ 6-ю меньше; сколько учениковъ во второмъ классѣ?

Приведенныхъ примѣровъ, я думаю, достаточно, чтобы видѣть, насколько необдуманность опредѣленій, хотя-бы и годныхъ для тѣхъ случаевъ, къ которымъ эти опредѣленія относятся, затемляетъ дѣло и мѣшаетъ дальнѣйшимъ занятіямъ, мѣшаетъ правильному развитію мысли.

*) При вычитаніи иногда дѣйствительно узнается, насколько одно число больше другого, иногда-же бываетъ сказано, насколько одно число больше другого, а ищутъ, какое число настолько меньше данного, какъ видно изъ примѣра.

Необходимо помнить, что мы часто внушаемъ дѣтямъ неправильныя понятія не только тогда, если даемъ прямо неправильныя объясненія, но и тогда, если *предоставляемъ опытей самимъ себѣ, не заботимся о предупрежденіи ошибокъ*. Одного умолчанія о нѣкоторыхъ признакахъ понятія бываетъ достаточно, чтобы мысль учащихся, останавливаясь всегда на одинаковыхъ частныхъ случаяхъ, сложилась неправильно и чтобы учащиеся приняли эти частные случаи за общіе и даже признали невозможность другихъ случаевъ кромѣ тѣхъ, которые имъ извѣстны. (Ученики, напримѣръ, слышатъ только о такихъ случаяхъ умноженія, при которыхъ данное множимое увеличивается, и потому приходятъ къ полной увѣренности, что *только* такое умноженіе и существуетъ, хотя учитель не говорилъ имъ этого. Точно также, если ученики рѣшаютъ только опредѣленныя задачи, т. е. имѣющія одно рѣшеніе, притомъ задачи всегда имѣющія рѣшеніе, то думаютъ, что *всегда* можно найти число, удовлетворяющее условіямъ задачи, и только *одно* число, хотя учитель и не говорилъ имъ этого. Между тѣмъ и то и другое заключенія ошибочны).

При обученіи слѣдуетъ, разумеется, такъ поставить дѣло, чтобы первыя объясненія, предлагаемыя учащимся, не мѣшая правильному образованію понятій, въ тоже время были-бы какъ можно болѣе просты.

И такъ, въ самомъ началѣ курса необходимо обратить вниманіе на образованіе у дѣтей правильныхъ понятій о дѣйствіяхъ и дать эти понятія по возможности въ простой формѣ.

Всего лучше для достиженія цѣли взять дѣйствія надъ небольшими числами. Тогда вычисленіе не будетъ затруднять учащихся, не будетъ обращать на себя вниманія и все вниманіе дѣтей естественнымъ образомъ сосредоточится на значеніи цѣлаемаго вычисленія, т. е. на *смыслѣ дѣйствія*, чего и надо достигнуть. Чтобы обратить вниманіе на смыслъ цѣлаемаго вычисленія (т. е. на смыслъ дѣйствія), необходимо знакомить съ дѣйствіями не на отвлеченныхъ примѣрахъ, а на вопросахъ, имѣющихъ видъ задачъ, такъ какъ подобныя вопросы повольно обращаютъ вниманіе учениковъ именно на то, что *опредѣляется* съ числомъ

(Напримѣръ, мальчикъ три раза ходилъ за дровами и каждый разъ приносилъ по 6 полѣвъ. Сколько полѣвъ онъ принесъ? Рѣшая

вопросъ, ученикъ будетъ ясно понимать, что число 6 надо повторить три раза, такъ какъ мальчикъ три раза брать по 6 полтинъ. Пониманіе дѣла со стороны ученика выразится тѣмъ, что ученикъ сумѣетъ объяснить, почему онъ повторить число три раза).

Маленькія дѣти однакоже очень часто затрудняются вычислениями, даже и съ числами перваго десятка. Въ такомъ случаѣ необходимо начать занятія съ упражненій въ вычисленіяхъ съ числами перваго десятка; если-же мы начнемъ прямо съ рѣшенія задачъ, то ученикамъ придется побѣждать двѣ трудности: они будутъ затрудняться и разборомъ условій задачи и самымъ вычисленіемъ. Въ большинствѣ случаевъ дѣти, встрѣчая въ задачѣ большія, затрудняющія ихъ числа, прямо говорятъ, что не могутъ рѣшить задачи; если-же числа ихъ не затрудняютъ, а только самая задача, то они обыкновенно пробуютъ рѣшить задачу, слѣдовательно не теряютъ бодрости.

Умѣя производить вычисленія, дѣти могутъ, какъ я сейчасъ сказалъ, сосредоточить все вниманіе на уясненіи того, что дѣлается съ числомъ. Рѣшивъ значительное число примѣровъ и каждый разъ высказывая своими словами, что они дѣлали съ данными числами, ученики могутъ сами замѣтить, что все встрѣчавшіяся имъ вычисленія приводятся къ небольшому числу различныхъ случаевъ (т. е. всего къ 4 дѣйствіямъ). Существованіе всего 4 различныхъ дѣйствій выразится и внѣшнимъ образомъ, если будутъ записываться дѣлаемые вычисления: каждое дѣйствіе обозначается особымъ знакомъ. Дѣти обыкновенно безъ труда приучаются къ правильному употребленію знаковъ дѣйствій. Когда-же ученики поняли, что дѣлается съ числами въ каждомъ отдельномъ случаѣ, и замѣтили, что существующихъ дѣйствій немного, тогда они смогутъ сами выразить то, въ чемъ состоитъ каждое дѣйствіе, т. е. смогутъ составить опредѣленія дѣйствій. Роль учителя состоитъ въ томъ, чтобы понять, когда пора будетъ обратить вниманіе дѣтей на смыслъ дѣйствій (т. е. угадать тотъ моментъ, когда дѣти смогутъ сами составить опредѣленія дѣйствій). дать хорошо выбранныя упражненія, помогающія дѣтямъ уловить сущность дѣла, потребовать отъ нихъ составленія опредѣленія, дать названіе каждому дѣйствію и, наконецъ, проверить, правильно-ли понимаетъ данный опредѣленія каждый ученикъ класса. Въ послѣдствіи учитель дол-

женъ еще постоянно напоминать выработанныя опредѣленія. Учителю, короче сказать, принадлежит *постановка* дѣла (слѣдовательно и cadaго отдѣльнаго вопроса) и выборъ упражненій, а заключенія должны дѣлать сами ученики. Но если учитель не будетъ требовать отъ учениковъ объясненій того, что они дѣлаютъ, то послѣдніе (за весьма рѣдкими исключениями) не будутъ задумываться надъ тѣмъ, что дѣлаютъ, поэтому не только не приобрѣтутъ знаній, но еще привыкнуть вообще не задумываться надъ тѣмъ, что дѣлаютъ, исполняя работу механически, и постепенно привыкнуть даже безучастно относиться къ дѣлу. Да, наибольшій интересъ въ занятіяхъ дѣти всегда видятъ въ объясненіяхъ того, что происходитъ; хорошія объясненія учителя вызываютъ расположеніе къ нему учениковъ; но въ то же время сами дѣти очень легко ограничиваются механическимъ исполненіемъ данной работы и тогда уже бываютъ недовольны, если новый учитель станетъ постоянно требовать отъ нихъ объясненій. Объясняется это кажущееся противорѣчіе тѣмъ, что дѣти первоначально всегда любознательны, но въ то же время желаютъ непременно *исполнить* работу и получить одобреніе, силамъ-же своимъ не довѣряютъ. Ученики просятъ объясненій, но если учитель не даетъ ихъ, то дѣти руководятся уже однимъ желаніемъ какъ нибудь исполнить работу *). Механическое исполненіе работъ всегда легче сознательнаго усвоенія длинныхъ объясненій, поэтому то ученики, не получившіе объясненій или непонимавшіе ихъ, всегда и останавливаются на запоминаніи хода вычисленій, но не смысла ихъ. Если же весь классъ долго, можетъ быть два, три, нѣсколько лѣтъ работалъ только машинально, привыкъ къ этому, то потомъ требованіе объясненій кажется ему *неловкимъ*, такъ какъ прежде этого не требовалось, а что то такое дѣлалось, и ученики переходили изъ одного отдѣленія въ другое, изъ класса въ классъ. Сами-же дѣти, просившія объясненій, но не получившія ихъ; не довѣря своимъ силамъ, т. е. не будучи

*) Перѣдко можно видѣть, что такіе ученики, совершенно не понимая задачи, все-таки дѣлаютъ какія то вычисления, сами не зная для чего ихъ дѣлаютъ, а только желая получить число, указанное въ сборникѣ, если они, производя какія нибудь дѣйствія надъ данными числами, случайно получаютъ то число, которое должно получиться, то вполне удовлетворяются, считаютъ, что рѣшили задачу и только съ большимъ трудомъ можно убѣдить ихъ въ ошибкѣ.

увѣрены въ правильности своихъ заключеній, скоро бросаютъ свои попытки добиться пониманія дѣла, и лишь немногіе пытливые умы сохраняютъ любознательность, не смотря на отсутствіе удовольствія.

Все сказанное, однакоже, нисколько не умаляетъ значенія учителя въ классѣ. Хотя онъ только выбираетъ матеріаль и направляетъ работу, но отъ него зависитъ, какъ извѣстно, весь успѣхъ дѣла и для удачнаго направленія работы учениковъ учителю необходимо самому хорошо понимать предметъ, необходимо обдумывать свои приемы, необходимо умѣнье понимать затрудненія дѣтей. Мы думаемъ, что къ этой работѣ надо готовиться, заранѣе опредѣляя цѣль занятій и обдумывая планъ ихъ, но вполне овладѣть ею, вполне понять ее можно только при личномъ опытѣ.

Если же учителю удастся достигнуть того, что ученики дѣйствительно сами составляютъ опредѣленія дѣйствій, то этимъ уже будетъ достигнутъ важный результатъ: ученики *будутъ* вполне *понимать* пройденное и въ тоже время будутъ *привыкать къ правильной умственной работѣ*, къ переходу отъ наблюденій надъ отдѣльными (частными, какъ говорятъ) случаями къ общимъ заключеніямъ или выводамъ (обобщеніямъ, какъ говорятъ). Такимъ образомъ ученики подъ руководствомъ учителя перейдутъ отъ непосредственныхъ наблюденій надъ окружающимъ къ размышленію, отъ практики къ теоріи.

Если подобная работа повторена будетъ нѣсколько разъ, то вполне можно надѣяться, что ученики поймутъ ходъ работы и привыкнутъ дѣлать обобщенія и провѣрять свои заключенія. Въ подобной работѣ надобность встрѣчается, конечно, не только при занятіяхъ ариметикой, но и въ жизни. Школа должна учить правильно думать.

Такой ходъ занятій, при которомъ ученики сперва практически знакомятся съ предметомъ, а потомъ переходятъ къ обобщеніямъ, или самими составляемымъ (въ данномъ случаѣ сперва знакомятся съ вычисленіями, а потомъ переходятъ къ опредѣленію ихъ)—называется эвристическимъ. Если учитель, давъ примѣры для упражненій и требуя потомъ объясненія ихъ, помогаетъ ученикамъ дѣлать выводы своими вопросами, то способъ объясненій его называютъ катехитическимъ (вопросительнымъ).

Умѣнье считать и производить дѣйствія надъ небольшими числами должно быть приобрѣтено учениками прежде, чѣмъ они приступятъ къ объясненію и обобщенію проведенаго; но очень можетъ быть, что ученики, съ которыми мы начинаемъ заниматься, или учились раньше, или какимъ либо другимъ путемъ еще до школы приобрѣли умѣнье считать и производить вычисленія,—поэтому, приступая къ занятіямъ, прежде всего слѣдуетъ опредѣлить степень подготовки учениковъ, если она неизвѣстна учителю.

Чтобы узнать, затрудняются ли дѣти вычисленіями и если затрудняются, то на сколько велико ихъ затрудненіе, слѣдуетъ до начала правильныхъ занятій, впервыхъ, прямо спросить учениковъ, учились ли они считать и что они знаютъ; во вторыхъ, слѣдуетъ предложить дѣтямъ рядъ простыхъ задачъ, чтобы видѣть: 1) могутъ ли они, дѣйствительно, дѣлать вычисленія, 2) если могутъ, то въ какомъ объемѣ, 3) могутъ ли объяснить своими словами, что надо сдѣлать съ данными числами въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ (т. е. имѣютъ ли они представленія о дѣйствіяхъ). Дѣти, ничему не учились до школы, рѣшая предложенный вопросъ, обыкновенно могутъ сказать, что одно число слѣдуетъ прибавить къ другому, или взять его нѣсколько разъ, или раздѣлить на части, т. е. имѣютъ представленія о дѣйствіяхъ, но вычисляютъ плохо *).

Если же приходится заниматься съ такими дѣтьми, которыя уже нѣсколько учились арифметикѣ, то не слѣдуетъ очень долго останавливаться на вычисленіяхъ и даже, быть можетъ, вовсе не нужны будутъ упражненія въ вычисленіяхъ надъ небольшими числами (если дѣти умѣютъ производить ихъ). Но на опредѣленіи того, что дѣлается съ числомъ при рѣшеніи вопроса, т. е. на выложеніи представленій о дѣйствіяхъ, во всякомъ случаѣ *необходимо остановиться*.

*) Во избѣжаніе недоразумѣній напоминаю, что подъ умѣньемъ вычислить слѣдуетъ подразумѣвать умѣнье безъ затрудненія производить всѣ дѣйствія надъ числами, хотя бы лишь до извѣстнаго предѣла, а не умѣнье считать. Учителю въ первое время необходимо приравливать только къ знаніямъ слабѣйшихъ учениковъ, иначе разница въ знаніяхъ будетъ быстро возрастать съ самаго начала занятій, а имѣть съ тѣмъ все труднѣе и труднѣе будетъ занимать весь классъ одной и той же работой. Отставшие ученики обыкновенно совсѣмъ перестаютъ работать, привыкаютъ не слушать учителя и вообще небрежно относиться къ дѣлу, приобрѣтаютъ и другія дурныя привычки. Къ со-

Правильное пониманіе дѣйствій есть правильное пониманіе георіи ариметики, тогда какъ умѣнье производить вычисленія нужно для практической дѣла — нахожденія числа и для того, чтобы, умѣя произвести дѣйствіе, ученикъ могъ обратить вниманіе и на смыслъ дѣйствія.

Практическаго навыка во всякомъ дѣлѣ недостаточно; для правильнаго пониманія дѣла необходима теорія, — поэтому при обученіи дѣломъ необходимо познакомить ихъ съ тѣмъ, какъ вырабатывается теорія и какое важное значеніе она имѣетъ. Но нѣтъ такого предмета, теорія котораго была бы проще, яснѣе и лучше выработана, чѣмъ теорія ариметики.

Это приводитъ къ мысли, что при обученіи ариметикѣ необходимо придать ей то учебное значеніе, которое она имѣетъ по своему содержанію. Определенность ариметической теоріи объясняетъ и сравнительно большую усвѣдчивость преподаванія этого предмета. Определенность содержанія позволяетъ ученикамъ легче замѣтить и понять сущность ариметики, гораздо легче, чѣмъ сущность другихъ предметовъ. Если же большая определенность содержанія учебного предмета, т. е. большая ясность теоріи его, облегчаетъ усвоеніе предмета, то значить теорія дѣйствительно необходима для пониманія дѣла. Что ариметика въ большинствѣ школъ „идетъ лучше“, чѣмъ другіе предметы — я думаю признаетъ огромное большинство учителей, особенно классныхъ учителей, т. е. преподающихъ въ своемъ классѣ все предметы курса.

Предупреждаемъ читателя, что высказываемое здѣсь взгляды на преподаваніе ариметики приводятъ къ признанію за такъ называемымъ „изученіемъ чиселъ“ лишь второстепеннаго значенія, тогда какъ обыкновенно это „изученіе чиселъ“ составляетъ содержаніе всехъ первоначальныхъ упражненій по ариметикѣ, въ

жалѣнно, иногда избѣжать указаннаго для возможно: силы учениковъ всегда различны и нѣкоторые изъ нихъ всегда усвѣдаютъ гораздо больше другихъ. Задерживать же въ занятіяхъ весь классъ ради самыхъ слабыхъ учениковъ — еще вреднѣе, такъ какъ тогда *большинство* учениковъ будутъ приобретать указанныя выше дурныя привычки, будутъ слушать и мало приобретать знаний. Учителю приходится принаравливать курсъ къ *среднимъ* ученикамъ, всегда составляющимъ большинство класса, стараясь дать сильнымъ еще особую работу, а слабымъ хотя отчасти привлечь къ работѣ).

продолженіи отъ 1—2 лѣтъ. Конечная цѣль подобныхъ упражненій— „знакомство съ числами“, т. е. умѣнье производить вычисленія. Я считаю подобную постановку дѣла искажающею характеръ предмета, потому что въ этомъ случаѣ средство ознакомленія съ предметомъ (арифметикой) смѣшивается съ цѣлью занятій.

Предыдущія разсужденія приводятъ къ заключенію, что при преподаваніи арифметики, какъ для усвоенія ея собственно, такъ и для достиженія возможно больше правильнаго общаго развитія, необходимо особенно заботиться о выработкѣ теорій предмета, а для этой цѣли съ самаго начала необходимо обратить особенное вниманіе на дѣйствія.

Въ сельской школѣ, конечно, не придется выработать теорію арифметики вполнѣ, но и тамъ она должна быть хоть отчасти выработана, и тамъ необходимо обращать на нее вниманіе, если хотимъ доказать полезность ученія, хотимъ приучить ученика давать самому себѣ отчетъ въ томъ, что дѣлается, если хотимъ развить умственные силы учащагося и приучить его къ правильной работѣ, а слѣдовательно и принести ему практическую пользу. Нужно позаботиться только, чтобы данныя объясненія были действительно усвоены учащимися, чтобы практическіе примѣры вывели дѣло. Какая польза будетъ отъ школы, если ученикъ выучится въ ней только считать! Всякій человѣкъ можетъ выучиться считать и безъ школы, а занимающійся торговлей всегда отлично считаетъ. Школа должна дать больше. Научивъ счету, она должна заставить вдуматься въ дѣлаемые вычисленія и этимъ подѣйствовать на ученика, вызывать къ дѣятельности его душу. Тогда только вліяніе школы будетъ прочно.

Въ народной школѣ во всякомъ случаѣ возможно хорошо познакомить съ 4 дѣйствіями и объяснить ихъ смыслъ, т. е. можно дать основательное знаніе, если и не всего предмета, то всетаки самостоятельной и притомъ основной его части. Съ своей стороны я думаю однако, что въ народной школѣ возможно и безусловно необходимо не ограничиваться вычисленіями надъ цѣлыми числами, но слѣдуетъ познакомить дѣтей и съ вычисленіями надъ дробями, по крайней мѣрѣ простѣйшими, распространяя понятія о дѣйствіяхъ и на дроби. Это необходимо уже по одному тому, что вычисленія съ дробями встрѣчаются на каждомъ шагѣ при самыхъ простыхъ,

обыденныхъ вычисленійхъ; всякій бывшій ученикъ школы долженъ испытывать чувство неудовлетворенности, недовольства школой, если не можетъ сдѣлать такого вычисленія, которое понятно многимъ, вовсе неучившимся. Съ другой стороны это необходимо и съ теоретической точки зрѣнія, необходимо для усвоенія правильныхъ понятій о дѣйствіяхъ, такъ какъ всякія понятія разъясняются при сравненіи различныхъ случаевъ. (Серьезныхъ практическихъ затрудненій введенію въ курсъ ариметики вычисленій съ дробями, если только есть время для усвоенія 4 дѣйствій надъ цѣлыми числами—не встрѣтится, какъ будетъ объяснено ниже. Объясненія теоріи дѣйствій надъ дробями въ народной школѣ при нынѣшнихъ ея условіяхъ (курсъ продолжается 3 короткихъ зимы), конечно, невозможно дать, но въ тѣхъ школахъ, гдѣ обученіе продолжается болѣе значительное время (напр. въ городскихъ училищахъ Мин. Нар. Пр.) объясненіе дѣйствій надъ дробями впрямь должно быть дано. Во всякой школѣ, я думаю, лучше ограничить количество предметовъ, но зато придать болшую завершенность курсу по остальнымъ предметамъ. Всякой работѣ лучше можно научиться, сдѣлавъ одну болшую работу, доводя ее до конца, чѣмъ начавъ множество работъ, но ни одну не докончивъ.

Въ дополненіе къ высказанному выше положенію относительно преподаванія ариметики, теперь слѣдуетъ прибавить, что во всякой школѣ необходимо познакомить и съ дѣйствіями надъ дробями, хотя съ простѣйшими случаями, даже и тогда, если потомъ не придется дать полное объясненіе произведенія дѣйствій надъ дробями.

Изъ предыдущаго вытекаютъ еще и другія два положенія относительно преподаванія ариметики. Для достиженія цѣли (усвоенія впослѣдствіи теоріи и пріобрѣтенія навыка въ умственной работѣ) нужно, чтобы теорія не алмталась учениками и не противостояла практическимъ упражненіямъ, а чтобы, наоборотъ, теорія постепенно вырабатывалась учениками и представляла собою рядъ выводовъ изъ практическихъ упражненій въ вычисленія съ и въ ршеніи задачъ.

Учениками постепенно должны быть выведены всѣ понятія, входящія въ кругъ ариметической теоріи (они перечислены въ началѣ главы), и притомъ каждое изъ нихъ должно быть подготовлено

практическими упражненіями, выбранными или составленными съ заранѣе обдуманнѣмъ намѣреніемъ. Одно понятіе опредѣляется, другія подготавливаются. Однакоже умѣнье производить вычисленія всегда должно быть средствомъ подготовленія къ усвоенію теоріи предмета и ни въ какомъ случаѣ не должно само по себѣ составлять цѣли занятій.

Третье положеніе: *первоначальныя упражненія необходимо ограничить небольшими числами, чтобы нѣтъ возможности ученикамъ не затрудняться вычисленіями и сосредоточить все свое вниманіе на пониманіи смысла означаемыхъ ими вычисленій.*

Если ученики очень затрудняются вычисленіями, то необходимо ограничиться сперва числами перваго десятка, а для большаго отчетливости и доступности занятій останавливаться даже на отдѣльныхъ числахъ. Если приходится останавливаться на отдѣльныхъ числахъ, т. е., если ученики прежде очень мало вычисляли и не могутъ находить результатовъ дѣйствій, то упражненія въ вычисленіяхъ должны идти при помощи наглядныхъ пособій, чтобы дѣйствіе, производимое надъ числами, и окончательный результатъ непосредственно *наблюдались* учениками. Тогда только они ясно поймутъ, что происходитъ съ числомъ (представить себѣ происходящее дѣйствіе) и какъ получается новое число. Если мы не воспользуемся наглядными пособиями, то первое время повидимому даже не встрѣтится никакихъ затрудненій въ занятіяхъ, но сдѣланный промахъ дастъ себѣ почувствовать впоследствии; если ученики не получаютъ съ самаго начала вполне ясныхъ представленій о дѣйствіяхъ (нагляднымъ путемъ), то впоследствии, при переходѣ къ болѣе отвлеченнымъ и сложнымъ объясненіямъ, путаются въ объясненіяхъ и стараются взять память. Ясно понимая въ чемъ дѣло, ученикъ всегда сумѣетъ своими словами высказать объясненіе.

Но разумѣется, если ученики, съ которыми мы начинаемъ заниматься, люди взрослые, или по крайней мѣрѣ настолько развиты, что вполне хорошо понимаютъ смыслъ дѣйствія и понимаютъ, какъ получилось новое число, то въ наглядномъ объясненіи дѣйствій и въ показаніи результата ихъ вовсе нѣтъ надобности. Маленькія дѣти, не учившіеся ариметикѣ, обыкновенно не могутъ ни ясно представить себѣ способа образованія новаго числа изъ данныхъ (дѣйствій), ни найти результатъ (сочитать) безъ помощи пособій.

Важно, чтобы они начали занятія личными наблюденіями; тогда они смогут и выводы сдѣлать правильно. Во всякомъ случаѣ наглядныя пособія должны быть употребляемы не для того, чтобы всегда по нимъ производить счетъ, а для того, чтобы, показавъ на нихъ дѣйствія и результаты дѣйствій, можно было перейти къ *сознательнымъ вычисленіямъ безъ пособій*. Но если встрѣтятся затрудненіе въ вычисленіяхъ въ то время, когда мы уже оставили наглядныя пособія, а дѣйствія производятся еще только надъ небольшими числами, то слѣдуетъ воспользоваться опять наглядными пособіями для разъясненія встрѣтившагося затрудненія.

Предлагая въ первое время самыя простыя упражненія, ограничивая вычисленія очень маленькими числами, мы не должны забывать главной цѣли—*ознакомленія учащихся съ цѣлымъ предметомъ*. Это чрезвычайно важно, потому что, обративъ вниманіе учениковъ на сущность дѣла, мы дадимъ имъ руководящую нить во всѣхъ занятіяхъ, поможемъ понять даваемые объясненія болѣе глубоко, поможемъ замѣтить тѣсную связь между ними и приучимъ постоянно обращать вниманіе на эту связь, а слѣдовательно можемъ не допустить развитія привычки къ заучиванію каждаго упражненія независимо отъ другихъ. Конечно, не все можетъ быть объяснено ученику съ самаго начала, но этого вовсе и не нужно: совершенно достаточно, если ученикъ будетъ знакомиться наглядно и одновременно со всеми 1 дѣйствіями (какъ основными вычисленіями). Тогда онъ невольно будетъ сравнивать дѣйствія между собою помимо всякихъ объясненій учителя, а это-то сравненіе и нужно, потому что только путемъ сравненія выясняются наши понятія о предметахъ. (Даже для объясненія того, насколько полезенъ, приятенъ, красивъ описываемый предметъ, мы обыкновенно прибѣгаемъ къ сравненіямъ).

Повторяю, что нужно не объяснять все дѣйствія въ одно время, но практически ознакомить со всеми одновременно. Пусть ученики сами наблюдаютъ, потому пойдетъ дѣло и до обобщеній). Чѣмъ меньше тѣмъ, тѣмъ необходимо для нихъ сравненіе различныхъ случаевъ для образованія правильныхъ понятій и предупрежденія ошибокъ (ложныхъ заключеній) только изъ за того, что вниманіе обращено лишь на нѣкоторые односторонніе случаи (объ этомъ говорилось на стр. 17—19).

Преподавателю, читающему эту книгу, конечно представится вопрос: если занятія первоначально должны ограничиваться небольшими числами, то сколько времени должны проходить подобныя практическія упражненія? Отвѣтить на это—нестручно. Цѣль упражненій съ небольшими числами—обратить вниманіе на смыслъ дѣйствій, производя ихъ надъ такими числами, которые не затрудняютъ учащихся; слѣдовательно, необходимо добиться того, чтобы ученики могли совершенно свободно вычислять, правильно объяснять своими словами, что они дѣлаютъ съ числомъ и, наконецъ, умѣли бы и письменно выразить извѣстнымъ знакомъ, какое дѣйствіе было ими произведено. Для дальнѣйшихъ же занятій арифметикой необходимо, чтобы каждый ученикъ твердо зналъ результаты сложения и умноженія однозначныхъ чиселъ, вычитанія однозначныхъ изъ одно-и двузначныхъ (такъ какъ суммы однозначныхъ чиселъ доходясь до $9+9=18$), и результаты дѣленія одно-и двузначныхъ чиселъ на однозначное (наибольшее произведеніе однозначныхъ чиселъ: $9 \cdot 9 = 81$). Ученикъ долженъ знать на память результаты дѣйствій въ показанныхъ предѣлахъ, потому что дѣйствія надъ числами многозначными всегда сводятся на дѣйствія съ однозначными, а послѣднія въ дѣйствительности не производятся: результаты ихъ ищутся на память. (Мы, напримѣръ, говоримъ: $7 \cdot 8 = 56$ на память, не производя вычисленія)

Если же результаты дѣйствій надъ числами первой сотни должны быть усвоены на память, то понятно, что и предѣлы чиселъ первой сотни не слѣдуетъ переходить къ цѣлямъ порѣ, пока указанные выше цѣли не будутъ достигнуты. Но изучать каждое число въ отдельности, т. е. предѣлывать все дѣйствія надъ каждымъ числомъ по порядку, вовсе нѣтъ надобности до такого предѣла; обыкновенно бываетъ достаточно (по мнѣнію многихъ учителей) пройти отъ 10 до 20 чиселъ, а потомъ увеличивать величину чиселъ, вводимыхъ въ вычисленія, разомъ на десятокъ и не останавливаясь исключительно на числахъ этого десятка, но вводя въ вычисленія все числа отъ 1 до того предѣла, до котораго дошли. Со способными учениками такая осторожность въ увеличеніи чиселъ, входящихъ въ вычисленія, можетъ быть излишня, но при классныхъ занятіяхъ она необходима, иначе малоспособные ученики не будутъ въ состояніи отчетливо усвоить

способъ полученія тѣхъ результатовъ дѣйствій, которые должны быть заучены, и съ первыхъ шаговъ будутъ стараться брать памятью, а не соображеніемъ.

Къ этому я еще прибавлю, что для ясности пониманія всѣхъ производимыхъ вычисленій, дѣти должны привыкать и къ различенію разностнаго и кратнаго отношеній чиселъ. (На сколько одно число больше другого и во сколько разъ одно больше другого). Дѣти постоянно смѣшиваютъ эти отношенія между собою и потому затрудняются въ пониманіи и рѣшеніи задачъ, такъ какъ эти отношенія играютъ роль во всякаго рода вопросахъ. (Ниже будетъ сказано, какъ все это можно сдѣлать).

Наконецъ, ученики, производя вычисленія надъ числами первой сотни, должны привыкнуть къ примѣненію основныхъ законовъ произведенія дѣйствій, а именно къ тому, 1) что дѣйствія производятся по разрядамъ (надъ единицами каждаго разряда особю; напр., складываютъ сперва единицы между собою, потомъ десятки и т. д.), и 2) что результаты дѣйствій надъ единицами каждаго или разрядовъ должны быть соединены въ одинъ общій результатъ. (Напримѣръ, складывая $37 + 46$, получаемъ; $7 + 6 = 13$ и $30 + 40 = 70$, а $13 + 70 = 83$, или $24 \times 3 = 20 \times 3$ и 4×3 ; $20 \times 3 = 60$, $4 \times 3 = 12$, а $60 + 12 = 72$).

Говоря о томъ, что должно быть сдѣлано во время упражненій съ числами первой сотни, я постоянно имѣю въ виду лишь практическія упражненія, но не опредѣленія, предложеніе примѣровъ и объясненіе ихъ со стороны учениковъ обыкновеннымъ разговорнымъ языкомъ (своими словами), требованіе непосредственныхъ наблюденій и пониманія дѣла, а не заучиванія словъ.

Разница между тѣмъ и другимъ значительная. Говоря объ одномъ какомъ-нибудь примѣрѣ (о частномъ случаѣ), ученикъ всегда сумеетъ объяснить, въ чемъ дѣло; замѣтитъ-же общіе признаки всѣхъ случаевъ и говорить о всѣхъ нихъ разомъ, а не объ одномъ какомъ-нибудь онъ еще не можетъ (не составилъ себѣ *понятія* о всѣхъ подобныхъ примѣрахъ). Насколько велика разница между той и другой формой объясненія, видно уже изъ того, что всякій ученикъ, говоря о недавно объясненномъ дѣйствіи, никогда почти не можетъ разсказать усвоеннаго, не ссылаясь на какой-нибудь примѣръ.

Теперь можно высказать четвертое положеніе: *во время упражненій съ числами первой сотни ученики должны познакомиться непременно со всеми четырьмя основными одновременно и кроме того должны усвоить различіе между разностнымъ и кратнымъ отношеніями.*

Къ этому присоединяемъ еще пятое и шестое положенія: 5) *во время упражненій съ числами первой сотни не должно быть опредѣленій;* 6) *представленія о дѣйствіяхъ должны быть усвоены нагляднымъ путемъ.* Если ученики имѣютъ уже подготовку, то очень можетъ быть, что упомянутыя упражненія не будутъ нужны, но всегда должно быть пробѣрено, усвоены-ли учениками тѣ результаты, ради достиженія которыхъ предлагаются все эти упражненія.

Я постоянно говорю, что ученики, проходя курсъ ариметики, главнымъ образомъ должны познакомиться съ ея теоріей и понять важное значеніе теоріи для пониманія всякаго дѣла. Такъ какъ теорія объясняетъ пройденное, то она всегда интересуетъ учениковъ, если только изложена въ доступной для нихъ формѣ. Отсутствие теоріи всегда дурно вліяетъ на учащихся; они утомляются отъ длиннаго ряда упражненій, значеніе которыхъ имъ непонятно, и должны употреблять большія усилія, чтобы запомнить все эти упражненія, если теорія ихъ объяснена не будетъ. Но для полного усвоенія теоріи всегда необходимо самому применять ее на практикѣ. Какъ бы ни было хорошо понято учениками данное объясненіе (например, понятія о дѣйствіи, произведствѣ дѣйствія и т. п.), при переходѣ къ отдѣльнымъ (частнымъ) разнообразнымъ случаямъ ученики всегда встрѣчаютъ затрудненія; учитель обыкновенно долженъ предлагать очень много разнообразныхъ примѣровъ, требующихъ примѣненія усвоенныхъ учениками теоретическихъ знаній, чтобы дать возможность учащимся *выработать умѣнье* прилагать свое знаніе къ дѣлу, умѣнье побѣждать встрѣчающіеся затрудненія. Въ ариметикѣ, понятно, такіе частные случаи, называющіеся затрудненія, встрѣчаются при вычисленіяхъ и при рѣшеніи задачъ. Задачи, притомъ, играютъ особенно важную роль, такъ какъ при рѣшеніи задачъ встрѣчаются затрудненія болѣе разнообразныя и даже всякаго рода затрудненія: вычисленіямъ всегда можно придать форму задачъ, и такая форма упражненій въ вычисленіяхъ даетъ возможность прицѣпить занятіямъ большую

степень живости. Это показываетъ, что упражненія въ рѣшеніи задачъ должны постоянно слѣдовать за всякими теоретическими объясненіями, а не только предшествовать имъ (о чемъ уже говорилось раньше). Упражненія въ рѣшеніи задачъ должны помочь ученикамъ усвоить какъ самый процессъ вычисленій, такъ и умѣнье опредѣлять, какое дѣйствіе слѣдуетъ сдѣлать, если соотношеніе данныхъ задачи указано (т. е. задача не замысловата; тогда достаточно понимать дѣйствія, чтобы опредѣлить, какое изъ нихъ нужно сдѣлать). Задачи, кромѣ того, имѣютъ значеніе въ курсѣ ариометики какъ средство для развитія въ дѣтяхъ соображенія, т. е. умѣнья подмѣтить соотношенія данныхъ задачи, хотя бы они и не были прямо указаны въ условіи, и, пользуясь ими, опредѣлить, въ какомъ порядкѣ и надѣ какими данными должны быть произведены известные дѣйствія для рѣшенія задачи. (Сложная задача разбирается такимъ образомъ на рядъ простыхъ, рѣшаемыхъ каждая однимъ дѣйствіемъ; когда мы не можемъ рѣшить задачу, то именно не можемъ разбить ее на рядъ простыхъ задачъ).

Развивать въ дѣтяхъ сообразительность, конечно, необходимо съ перваго же года обученія, но только изрѣдка останавливаясь на подобныхъ упражненіяхъ въ первое время, потому что прежде всего необходимо твердо установить пониманіе основаній предмета. Если я советую все-таки обратить вниманіе на задачи, требующія догадливости, въ первый же годъ, то потому, что подобныя упражненія могутъ много способствовать оживленію классныхъ занятій, такъ какъ поражаютъ дѣтей, а черезъ это возбуждаютъ въ нихъ энергію, желаніе добѣдить препятствіе. Умѣнье побѣждать встречающіяся препятствія очень драгоценно, а пріобрѣтается оно только въ томъ случаѣ, если будутъ представляться случаи встрѣчать затрудненія въ работѣ и побуждать ихъ. Такая работа драгоценна не только по отношенію къ развитію умѣнья работать самостоятельно, но и для развитія характера, т. е. твердости въ стремленіи къ своей цѣли, настойчивости въ трудѣ *).

* Разумѣется, не слѣдуетъ думать, что рѣшеніе задачъ или ками нибудь другимъ, отдѣльно взятымъ занятіемъ въ этомъ отношеніи имѣетъ очень большое значеніе; но во время школьной жизни всамый ребенокъ живетъ по преимуществу школьными интересами и школьной работой, поэтому школа имѣетъ очень большое влияние и на характеръ, тѣмъ болѣе, что влияние школы продолжается нѣсколькими лѣтами.

Если-же на рѣшеніе задачъ, требующихъ большихъ усилій отъ учениковъ, будетъ уделено много времени, то легко можетъ быть, что вліяніе ихъ будетъ совершенно противоположное. Много занимаясь рѣшеніемъ трудныхъ задачъ, учитель не дастъ возможности ученикамъ основательно усвоить предметъ, а потому не выяснитъ и значенія теоріи, но приучитъ всегда дѣйствовать по догадкѣ, придавать значеніе только смѣтливости, пренебрегая правильной работой. Занимаясь много рѣшеніемъ трудныхъ задачъ, учитель по необходимости будетъ требовать постоянно усиленной работы, напряженія, а это легко можетъ убить энергію, потому что истощитъ еще слабыя силы ребенка. (Подобное же значеніе имѣютъ и теоретическія объясненія).

О томъ, какъ вести упражненія въ рѣшеніи задачъ, ниже будетъ сказано подробно. Теперь замѣчу только, что для большей оживленности занятій при рѣшеніи задачъ въ первое время полезно относить задачи не къ отвѣченнымъ числамъ, а къ именовавшимся; послѣднія болѣе приличны дѣтямъ, болѣе говорятъ ихъ воображенію, а потому и задачи будутъ легче и интереснѣе. При употребленіи именovanýchъ чиселъ легче достигнуть разнообразія въ условіяхъ задачъ въ скорѣе можно будетъ вызвать употребленіе различныхъ свойствъ, что во всякомъ случаѣ должно составлять цѣль занятій. Но приучать учащихся къ употребленію *отвлеченныхъ* чиселъ и къ рѣшенію задачъ съ *отвлеченными* данными глѣбже и *исцѣпнѣе* слѣдуетъ: безъ этого дѣтямъ трудно будетъ понять тесно предмета. Употребленіе *настоющихъ* чиселъ—первая переходная ступень отъ наблюденія къ обобщенію; употребленіе *отвлеченныхъ* чиселъ—вторая ступень, а сами выходы—третья.

Итакъ, мы пришли къ новымъ еще замѣчаніямъ. (Серьезному и вѣсному) *Занятія арифметикою должны постоянно строгимъ относиться отношенію, какъ она развитію навыка въ вычисленія, такъ и она съ истинною теоріею, такъ и она развитію способности.* (Восьмое). Въ теоретическомъ и практическомъ изученіи должна быть *сильная строгая соразмерность*. Нужно стараться никогда не оставлять учениковъ безъ обязанности того, что они проходили, но вмѣстѣ съ тѣмъ необходимо давать достаточное количество упражненій по каждому отдѣлу, чтобы уче-

ники, прилагая свои знания къ практическимъ примѣрамъ, могли исполнить сознательно, усвоить пройденное.

Инымъ можетъ показаться, что напрасно говоримъ мы о необходимости соответствія между теоретическими и практическими занятіями, что это каждому извѣстно. Но на практикѣ самыя обыкновенныя недостатки учителей, особливо начинающихъ именно увлеченіе одной стороною дѣла (одни даютъ дѣтямъ слишкомъ много объясненій и, требуя знанія ихъ отъ учениковъ, незаметно для себя заставляютъ учащихся заучивать пройденное. Другіе, занимая дѣтей все практическими упражненіями и не давая имъ никакихъ объясненій, приучаютъ къ пустой работѣ и къ исполненію ея безъ пониманія, т. е. также заставляютъ работать только памятью, хотя въ этомъ случаѣ заучиваются не теоретическія объясненія, а практическіе примѣры. Ученики, разумѣется, при тѣхъ и другихъ условіяхъ развиваются мало. Впрочемъ, заучиваніе теоріи всетаки полезно, потому что теорія сама по себѣ имѣетъ развивающее вліяніе; увеличивая количество сложнаго матеріала ряда мыслей, всякій человѣкъ нѣсколько приучается сознательно думать, подражая данному образцу. Начинаящіе учителя обыкновенно предполагаютъ, что ученики легко усваиваютъ ихъ объясненія, разъ понявъ, удерживаютъ ихъ въ памяти и безъ затрудненія могутъ прилагать ихъ къ различнымъ частнымъ случаямъ чего обыкновенно ученики не могутъ дѣлать. Въ результатъ почти всегда оказывается, что учитель слишкомъ высоко цѣнитъ силы учащихся, а потому прошелъ больше, чѣмъ было нужно, и только въ концѣ года замѣчаетъ, насколько неудовлетворительно знаютъ ученики все пройденное.

Я думаю, что для начинающаго учителя будетъ полезно слѣдующій совѣтъ. Чтобы достигнуть равномерности въ теоретическихъ и практическихъ занятіяхъ, примите себѣ за правило, каждую новую непременно объяснить что-нибудь дѣтямъ, посвящая на это одинъ изъ первыхъ уроковъ, а остальные (3—4 ур.) посвящая на практическія упражненія въ вычисленіяхъ и въ рѣшеніи задачъ. Разумѣется, если стоящіе на очереди объясненія не могутъ быть закончены въ одинъ урокъ, то на теоретическія занятія слѣдуетъ посвятить не одинъ, а два, три урока, чтобы закончить объясненіе. Сообщая каждую новую что-нибудь новое,

мы въ продолженіи года несмѣтно пройдемъ многое и легче избѣжимъ увлеченія какой-нибудь одной стороной дѣла.

Количество упражненій по каждому отдѣлу должно быть очень велико, потому что ученики должны не только понять показанныя вычисленія и объясненія, но еще должны привыкнуть пользоваться ими, должны усвоившись пользоваться въ вычисленияхъ, должны усвоить *приемы* вычисленій *). Упраженія въ вычисленияхъ должны быть какъ письменныя, такъ и устные. Не умѣя вычислять въ умѣ, дѣти не могутъ бытъ хороши въ вычисленияхъ и письменныхъ, что очень мѣшаетъ занятіямъ, заставляя тратить много времени и силы, мѣшаетъ и развитіюсообразительности въ дѣлахъ; недостатокъ навыка считать въ умѣ представляетъ неудобство и въ жизни: необходимо много считать въ умѣ и для того, чтобы усвоить приемы вычисленій и понять ихъ необходимость. Понятно въ производствѣ письменныхъ вычисленій необходимо поощрять, что болѣе вычисления вѣща лучше вести на бумагѣ: удобнѣе и провѣрить можно. Въ учебномъ-же отношеніи письменныя вычисления важны, потому, что заставляютъ ученика дать себѣ отчетъ въ томъ, что онъ дѣлаетъ съ числами (тогда только можетъ быть написано вычисленіе, а следовательно письменныя вычисления помогаютъ дѣтямъ усвоить правильное. Учителю-же они даютъ возможность болѣе судить о пониманіи дѣла *каждому* ученику въ отдѣльности и кромѣ того даютъ возможность назначать самостоятельныя работы дѣтямъ, какъ въ классѣ, такъ и на домъ. Умевшія вычисления, какъ бѣлье, должны предшествовать тоже же роду письменнымъ вычислениямъ; другими словами, записываются только тѣ, которыя уже поняли и усвоили при устныхъ упражненіяхъ. Умевшія вычисления должны предшествовать и потому, что они идутъ живѣе письменныхъ. Во всякомъ случаѣ, какъ устные, такъ и письменныя вычисления должны продолжаться во все время занятій.

*) Подъ *приемами* вычисленій слѣдуетъ подразумѣвать раздѣленіе числа на произведенія нацѣлыми дѣлитель и на разряды или на нѣкоторые другія части и тѣ жебѣла измѣненія данныхъ и есть, когда-бы дѣлается для „чужеземца“ ихъ ради удобства вычисленій, такъ какъ дѣтямъ при этомъ ошибка въ вычисленіи только можетъ быть неправа, а сама вычисленіе идетъ гораздо бытрѣе. Въѣтъ умноженны, напримеръ, данное число на 98, вычисляя въ умѣ, всегда умножаютъ на 100, а потомъ отнимаютъ два раза взятое данное число и т. п.

Всё пройденное, даже хорошо усвоенное учениками легко забывается ими, поэтому необходимы частыя повторенія пройденнаго (особенно при занятіяхъ съ маленькими дѣтьми). Но такъ какъ во время занятій съ числами первой сотни ученики только практически знакомятся съ 4 дѣйствіями, которыя постоянно повторяются, и запоминаютъ результаты дѣйствій надъ числами первой сотни, то назначать особые уроки на повтореніе въ это время нѣтъ надобности. Для лучшаго усвоенія результатовъ дѣйствій полезно составлять таблицы такихъ результатовъ. (Таблицы сложенія и умноженія). Подробнѣе объ этомъ будетъ сказано тогда, когда перейдемъ къ указанію подробностей выполненія предлагаемаго учебнаго плана.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Планъ курса ариметики.

Высказанныя въ предыдущей главѣ основныя положенія метода приводятъ къ прямому заключенію, что курсъ ариметики долженъ начинаться съ такъ называемаго „изученія чиселъ первой сотни“, е. выраженіями въ вычисленіяхъ и въ рѣшеніи задачъ съ небольшими числами, безъ сообщенія опредѣленій.

Что же должно дать дѣтямъ знакомство съ числами первой сотни? Практическое знакомство со всемъ предметомъ, отвѣщая на, знакомящая основную нашу мысль, высказанную въ началѣ предыдущей главы. Это значитъ, что ученики должны быть наглядно ознакомлены со каждымъ изъ четырехъ арифметическихъ дѣйствій, должны уметь быстро производить эти дѣйствія надъ числами первой сотни, а въ простѣйшихъ случаяхъ даже и надъ дробями съ необходимыми числителями и знаменателями, должны знать премь вычисленій, должны уметь рѣшать несложныя задачи и объяснять ходъ рѣшеній, должны уметь записывать вычисленія, которыя дѣлаются ими, и уметь записать въ надлежащемъ порядкѣ. Наконецъ, ученики должны быть знакомы съ раціональнымъ и иррациональнымъ отношеніями чиселъ.

Всё это должно быть усвоено настолько сознательно, чтобы ученикъ могъ „почувствовать свое знаніе“, приобрести въ немъ полную увѣренность.

Для учителя весьма важно определить тѣ признаки, по которымъ можно судить объ усвоении учениками всего пройденнаго. Увѣренность дѣтей въ своихъ отвѣтахъ—одинъ изъ первыхъ признаковъ знанія; быстрота отвѣтовъ, разумеется, отвѣтовъ вѣрныхъ—другой признакъ: желаніе ученики обойтись бѣзъ посторонней помощи и даже прѣсѣбы не помогаютъ ему, если учитель начинаетъ объяснять третій и одинъ изъ вѣрившихъ признаковъ пониманія дѣтя учениками, хотя-бы въ данную минуту они и затруднились отвѣтомъ. Для повѣрки знаній учениковъ при помощи этого третьяго признака весьма полезно давать въ классѣ письменную работу: если каждая ученикъ видимо желаетъ сдѣлать ее самъ, не заглядывая къ сосѣдямъ, и снѣвши привыкъ къ ней, причѣмъ исполнять работу хорошо, то, имѣть сомнѣнія, они не имѣютъ. Чѣмъ свободнѣе придумываетъ ученикъ форму вернаго отвѣта—тѣмъ лучше, значитъ, понимаетъ онъ высказываемое. Важнымъ признакомъ можетъ служить также умѣнье ученика отвѣтить на вопросъ не только своего учителя, но и другихъ лицъ, хотя, надо сказать, умѣнье ученика отвѣтить на вопросы постороннихъ лицъ никогда не можетъ служить вѣрнымъ признакомъ его познанія. Стенетъ оминеній учащихся во время уроковъ тоже можетъ служить показель учителя, принимающаго его дѣти или нѣтъ. Когда ученики все хорошо понимаютъ, большинство ихъ слушаетъ учителя и причѣмъ съ учителемъ съ выраженіемъ спокойнаго вниманія на лицахъ; когда ученики много не понимаютъ въ объясненіяхъ учителя, у нихъ дѣлается безпокойный, растерянный видъ: если-же они снѣвѣ не понимаютъ, что имъ говорить, то бывають или просто невнимательны, или занимаются пачебками и шутками. Однимъ словомъ, чѣмъ явнѣе понимаютъ дѣти учителя, тѣмъ болѣе дѣятельное принимаютъ они участіе въ урокѣ.

Такое-же замѣчаніе, особенно въ послѣдней формѣ, обнаруживается и въ тѣхъ случаяхъ, когда учитель даетъ ужь черезъчуръ трудную работу; шкловивъ дѣтямъ въ такомъ случаѣ преимущественно хороше ученики, стѣе-же вызывается на отвѣты, будучи довольны, что и они могутъ отвѣчать. Если-же учитель „объясняетъ непонятно“, т. е. даетъ слишкомъ трудную работу, то невнимательныя ироничѣственно болѣе слабѣе ученики.

При прохожденіи ариметики собственно, пониманіе учащимися

пройденнаго по теории при ознакомленіи ихъ съ числами первой сотни выражается умѣньемъ дѣлать всегда точное объясненіе того, что дѣлають они съ числами и для чего дѣлають это, а также умѣньемъ записывать сдѣланныя вычисленія. Чѣмъ свободнѣе даются устные и письменные отѣты — тѣмъ тверже приобретаются знанія. Пониманіе задачи и ея рѣшенія выражается умѣньемъ не только четко повторить высказанное рѣшеніе, но и сдѣлать въ немъ нѣкоторыя измѣненія или предложить совѣтъ новое рѣшеніе, наконецъ, умѣньемъ повторить рѣшеніе задачи.

Я упоминаю здѣсь только о повтореніи рѣшенія задачи, такъ какъ рѣшеніе новой задачи можетъ не удался ученикамъ по случайнымъ причинамъ. Впрочемъ, такую задачу, которая походила на рѣшавшіяся прежде, ученики, всегда должны рѣшить.

При хорошемъ усвоеніи той части курса арифметики, о которой теперь идетъ рѣчь, отчетливості въ пониманіи смысла дѣйствій должна достигнуть до того, чтобы ученики, безъ всякихъ объясненій со стороны учителя, могли-бы распространять понятія о дѣйствіяхъ на простѣйшіе случаи вычисленій съ дробями, т. е. могли-бы считать, сколько получится, если возьмемъ нѣсколько разъ по половинѣ или по четверти, или по одной трети и т. т., могли-бы сказать сколько получится, если $\frac{1}{2}$ раздѣлимъ еще пополамъ, или могли-бы считать, сколько разъ данную дробь, напримеръ $\frac{1}{2}$, можно взять въ двухъ или въ другомъ небольшомъ цѣломъ числѣ, могли-бы приравнять для опыта половину, или какуюнибудь другую простѣйшую дробь о зѣлаго числа, не считая цѣлого числа изъ дроби, обратныя положительное сдѣланное число въ неправильную дробь и т. п. Теперь объ основныя положенія метода преподаванія, я уже нѣтъ случаи объясненія необходимости знакомства съ дробями въ самомъ началѣ изученія арифметики, поэтому теперь я прибавлю только, что указанное распространеніе понятій о дѣйствіяхъ надо нѣкими числами на дѣйствія съ дробями, хотя и первыя понятія не были еще опредѣлены и формулированы, никогда не затруднять учениковъ, если вести дѣло осторожно, постоянно руководясь правиломъ: не останавливаться на примѣрахъ съ дробями до тѣхъ поръ, пока ученики не смогутъ безъ какой помощи считать предложенный для опыта лѣгкій примѣръ. Такъ поступать слѣдуетъ съ примѣрами каждаго рода. Умѣнье учениковъ

справиться съ дробями (въ простѣйшихъ случаяхъ, какъ говорилось) служить, по моему, однимъ изъ лучшихъ признаковъ хорошаго усвоенія приведеннаго Я, конечно, подразумеваю, что ученики при этомъ могутъ дать толькое объясненіе того, что они дѣлаютъ, а не только умѣютъ сдѣлать вычисленіе.

Высоко лежащая мною требованія, можетъ быть, покажутся въ-которымъ слишкомъ высокими; такимъ читателямъ я напоминаю, что лучше идти нѣсколько медленнѣе, но за то хороше; знакомство-же съ дробями необходимо какъ для учебной цѣли (достиженія болѣе пошата пониманія дѣйствій, большаго оживленія и разнообразія занятій и возможное и болѣе пошой провѣрки знаній учениковъ), такъ и для практической (знание дробей важно въ практической жизни и можетъ внушить родителямъ болѣе уваженіе къ школь, тогда какъ незнаніе учащимися обычныхъ жизненныхъ вычисленій съ дробями возбуждаетъ насмѣшливое и недоувѣрливое отношеніе къ школь; дѣти разумеются всегда добродыны, если могутъ рѣшать задачи съ дробями и пріобрѣтаютъ большаю увѣренность въ своихъ силахъ).

Для пониманія предмета необходимо ознакомиться съ разностными и кратными отношеніями и не смѣшивать ихъ (различать выраженія: „насколько болѣе“ и „во сколько разъ“ болѣе). Если ученики не могутъ различать ихъ, то, значитъ, они еще не выработали ясныхъ представленій о сложеніи и умноженіи, основанныхъ ариѳметическихъ дѣйствіяхъ. Обыкновенно учащиеся сначала довольно долго смѣшиваютъ указанныя выраженія, не потому, что эти выраженія слишкомъ трудны для нихъ, а потому, что они новы, незнакомы учащимся; представленія же о новыхъ предметахъ, какъ извѣстно, не могутъ быть выработаны съ пер-лаго раза, а только при повтореніи впечатлѣній. Разностное и кратное отношеніе быть болѣе легко смѣшиваются учениками, что выражаются сходными словами. Что пониманіе этихъ выраженій не затрудняетъ учащихся — доказывается яснымъ пониманіемъ учениками каждаго изъ этихъ выраженій въ отдѣльности при рѣшеніи соответственныхъ задачъ и даже отвѣченныхъ примѣровъ — дѣти, именно, только *смѣшиваютъ* выраженія „насколько“ и „во сколько разъ“. Пусть-же учащіе не смущаются, если ихъ ученики будутъ смѣшивать эти выраженія, и продолжаютъ давать новыя

упражненія въ томъ-же родѣ. Нужно только не заниматься ими исключительно, но останавливаться на нихъ разъ или два въ недѣлю (10—20 минутъ), предлагая прямо *наглядные* примѣры, или выражая числа, данныя въ задачѣ, какиминибудь наглядными пособиями и переходя потомъ къ отвѣченному выраженію сдѣланнаго вычисленія. Такъ какъ пониманіе послѣднихъ имѣетъ очень важное значеніе для пониманія предмета, то и было сказано, что оно должно быть результатомъ «изученія чиселъ первой сотни» или, какъ мы будемъ выражаться, знанія «перваго отдѣла курса» *).

Въ результатѣ занятій первымъ отдѣломъ должно явиться и знакомство съ сущностью системы счисленія, хотя на объясненіи ее останавливаться еще не придется: вычисляя съ числами, состоящими изъ двухъ разрядовъ (десятковъ и единицъ), дѣти привыкнутъ къ раздѣленію чиселъ на разряды, къ производству дѣйствій по разрядамъ и къ обращенію единицъ изъ одного разряда въ другой; при этомъ они, разумѣется, вполне поймутъ необходимость счета единицами различныхъ разрядовъ и привыкнутъ къ мысли, что десять единицъ составляютъ одну единицу слѣдующаго разряда.

Опредѣливъ тѣ результаты, которые должны быть достигнуты при усвоеніи перваго отдѣла курса, скажу относительно выполненія что только одно: для достиженія цѣли нужно главнымъ образомъ заботиться о томъ, чтобы *по-настоящему ни одно упражненіе безъ объясненія и ни одно объясненіе безъ сознательнаго пониманія* ученика. Давая всегда объясненія ученикамъ, требуйте и отъ нихъ умѣнья объяснить все то, что они дѣлаютъ, и не идите впередъ, пока не получите удовлетворительныхъ объясненій. Если ученикъ твердо все объясняетъ, то онъ «чувствуетъ свое знаніе». Если какое-нибудь объясненіе вамъ трудно дается дѣтямъ — перемѣните пріемъ объясненія, постарайтесь вывести его какъ заключеніе изъ ряда примѣровъ (подготовите объясненіе практическимъ знаком-

* Подъ словами „отдѣлъ курса“ я подразумѣваю законченную то содержанію часть курса, составляющую самостоятельное дѣло, т. е. отличающуюся по содержанію отъ другихъ частей и имѣющую свою особую цѣль, по которой каждый отдѣлъ можетъ быть въ случаѣ надобности превращенъ занятія чисто житейской, такъ какъ ученики всегдѣ доучаютъ знаніе *всего* предмета, хотя въ учреденномъ видѣ, а не отрывочныя свѣдѣнія нѣкоторыхъ частей предмета.

ствомъ съ дѣломъ); если же и это вамъ не удастся — отложите объясненіе на некоторое время (позднѣе, дѣй), чтобы дѣти успѣли совсѣмъ отдохнуть и со свѣжими силами вновь принятыся за временно оставленную работу.

Если первый отдѣлъ будетъ пройденъ хорошо, имъ будетъ положено твердое основаніе для пониманія и легкаго усвоенія дѣйствительнаго курса: первый отдѣлъ, какъ было сказано, практически знакомитъ съ сущностью всего предмета.

Чтобы какъ можно легче выразить свою мысль, въ слѣдующей главѣ я укажу кратко на отличія предлагаемаго курса отъ тѣхъ, которые предлагаются другими авторами. Но я считая болѣе удобнымъ не прерывать теперь изложеніе плана всего курса. Перехожу къ изложенію этого плана.

Первый отдѣлъ курса, говоритъ я — отдѣлъ практический, основанный такими условіями, при которыхъ всякія затрудненія устраняются, чтобы сосредоточить вниманіе учащихся на основнѣхъ арпометрическихъ понятіяхъ; эти понятія однако еще не опредѣляются, такъ какъ прежде должно быть подготовлено возмѣжность пониманія ихъ, т. е. прежде должны быть познаны частные случаи. Какъ-же долженъ развѣиваться курсъ дальше? Отдѣлъ, вытекающій изъ тѣхъ соображеній, которыми я привелъ къ установленію основнаго метода курса. При обученіи арифметикѣ, говорящими, практически и знакомыми учащимся съ дѣйствіями надъ числами и отношеніями чиселъ, какъ составились сами сущности содержанія предмета, должно довести ученика до обобщенія и выраженія того, что усвоено имъ практически и, наконецъ, до выработки связной и законченной теоріи предмета. Если учащіеся при прохожденіи перваго отдѣла дѣятельно практически усвоили основанія предмета, какъ мы требовали выше, то послѣ этого и слѣдуетъ перейти къ тому, чтобы повести дѣтенъ *) до *сознанія* и обобщенія всего пройденнаго на практическихъ упражненіяхъ.

Знаніе ученикомъ достигнуто сознательности, если они могутъ говорить не только объ отдѣльномъ данномъ примѣрѣ, но и о всѣхъ однородныхъ случаяхъ, т. е. не только имѣютъ представленія о

*. Подъ учащимися я посполитано подразумеваю дѣтей, такъ какъ со взрослыми, хотя-бы и грамотными, за чтія должны идти иначе, а даль имено — будетъ сказано впоследствии.

частных случаях, но и обобщили их, выработали понятие о предмете изучения. Понятие о каком-либо предмете можно считать выработанным, если ученики могут высказать его своими словами и привести свои собственные частные примеры, подходящие под это понятие. Конечно, ученики * не могут сами по себе составить определение понятия (не могут его выразить), для составления его необходима помощь учителя; но если возможность определения понятия была подготовлена практическими упражнениями, то ученики в состоянии будут дойти до определения, хотя, может быть, дурно выраженного, по нагову учителя, когда он обратит внимание и усилия учеников именно на эти особенности знакомых и разобранных прежде примеров, которая всего яснее указывает сущность дела, всего ближе намекает на определяемое. Для выработки определения, разумеется, нельзя ограничиваться одним примером, необходимо привести их несколько, сравнить их и показать общие признаки, которые входят в определение, т. е. составить понятия о предмете. Определение понятия указывает его важнейшие признаки, дающих возможность отличить его от остальных. Таким образом учебной работы при изучении арифметики необходимо потому, что и теперь еще в начале обучения дети еще не знают, что такое определение, для чего оно нужно и совершенно не умеют его составить. Обучение арифметике должно непосредственно, т. е. путем личного опыта, познакомить учеников с выработкой определения и должно выявить значение положительных. Если дети почувствовали, что составленное ими определение вышло из того, чего прежде они не понимали, то впоследствии сами будут стремиться к определениям и постепенно научатся доходить до них.

Понятий, входящих в состав содержания предмета, которая, поэтому, должна быть определена, обыкновенно бывает довольно много. Давать определения многих понятий в короткое время нельзя: ученики будут их забывать, хотя-бы какое-нибудь количество первоначально было правильно понято ими, и тем сложнее понятие, тем больше промежуток времени должен пройти от сообщения его определения до сообщения определения других понятий.

*) Такие ученики, которые проходят только начало курса арифметики, совсем еще не определяют никаких понятий.

Сложныя или очень отвлеченныя понятія даже никогда нельзя развивать передъ учениками въ короткое время, такъ, напримеръ, понятие объ арифметикѣ (какъ цѣломъ предметѣ, не можетъ быть выработано въ началѣ занятій ею, а должно подготовиться постепенно и явиться результатомъ продолжительныхъ занятій, даже результатомъ всего курса.

Арифметика (какъ было сказано въ первой главѣ, особенно удобна въ учебномъ отношеніи, какъ заключающая въ себѣ сравнительно небольшое число понятій, или, какъ говорить, имѣющая сравнительно простое содержаніе; но и она заключаетъ въ своей теоріи значительное количество такихъ понятій, которыя должны быть опредѣлены. Необходимо потому установить порядокъ, въ которомъ слѣдуетъ сообщать эти опредѣленія. Вопросъ теперь въ томъ, какъ установить этотъ порядокъ.

Первый отдѣлъ предлагаемаго курса практически знакомить со *семью* предметомъ. (Важное значеніе такой постановки курса уже было объяснено.)

Конечъ предметъ практически усвоенъ, единственно возможное наиблизшее видѣніе апероръ обобщеніе пройденнаго, другими словами окончательная выработка и опредѣленіе понятій. Дать въ короткое время все опредѣленія невозможно, потому, что всего важнѣе, то должно быть и опредѣлено прежде всего; тогда вниманіе учащихся сосредоточится на важнѣйшей части предмета, и они привыкнуть считать, эти понятія первыми, самыми важными; при принятіи об системѣ курса эти понятія въ тоже время будутъ наиболѣе практически подготовлены, наиболѣе знакомы дѣтьми; нато начать съ опредѣленія понятій о четырехъ основныхъ арифметическихъ дѣйствіяхъ. (При этомъ сами собою выяснятся и двоякаго рода отношенія чисель.) Учителю слѣдуетъ также прямо высказывать ученикамъ, что на четыре арифметическихъ дѣйствія нужно обратить особенное вниманіе, такъ какъ зная и понимая ихъ, они будутъ легко понимать все остальное.

При хорошемъ усвоеніи учениками перваго отдѣла курса всегда чувствуется *потребность* въ опредѣленіи основныхъ арифметическихъ дѣйствій. Ученики уже переѣлали массу примѣровъ и задачъ и привыкли объяснять все, что они дѣлаютъ, значить хорошо понимаютъ каждый подобный случай въ отдельности (примѣ-

няли также действия къ дробямъ); новые примѣры уже не даютъ пищи ихъ уму, не требуютъ никакой работы. Легкость, съ какою ученики дѣлають все предлагаемые примѣры, доказываетъ это. (Она служитъ для учителя чѣрною при сужденіи о томъ, насколько ученики усвоили пройденныя упражненія). Если-же пройденное усвоено учениками, то необходимъ идти впередъ, нужно дать новую работу, которая заставитъ бы учащихся трудиться, въ противномъ случаѣ учащіеся быстро начинаютъ скучать и вѣнчъ зѣвотами имъ упражненіями, могутъ даже совсемъ потерять интересъ къ предмету и сдѣлаться невнимательными. Дети только тогда интересуются предметомъ, если они занимаютъ ихъ мысль, заставляютъ работать ихъ умъ; удовольствіе, которое они испытываютъ, дойдя до чего нибудь своимъ умомъ, т. е. возникше собственнй деятельности и силы и составляетъ ту притягательную силу, которая заставляетъ дѣтей отдаваться съ полнымъ вниманіемъ вѣнчъ. Интересъ къ занятіямъ, возбуждаемый то ими самими, а какими-нибудь посторонними причинами или вѣнчъ обѣщанкой, всегда непостояненъ, а главное — приносить очень мало пользы, такъ какъ не приводитъ къ работѣ и къ серьезному отношенію къ ней.

Кромѣ основныхъ дѣйствій во второмъ отдѣлѣ курса должны быть объяснены: 1) система счисленія, 2) произведение дѣлестій на дѣ большими и на дѣ именными числами. Въ остальномъ пока нѣтъ надобности, потому что они относятся, какъ было объяснено, къ усовершенствованно счисленію, но не составляютъ необходимаго члѣнъ курса. Знаю-же системы счисленія и производствъ дѣлестій на дѣ большими и именными числами безусловно необходимо (если мы не хотимъ ограничить себя въ вѣнчъ счисленіяхъ), однако опредѣленіе ихъ, какъ менѣе важныхъ понятій, можно отложить на болѣе позднее время. Упражненія съ дробями все время должны идти рядомъ съ остальными упражненіями. Они должны все время способствовать разнообразію упражненій и постепенно подготавливать матеріалъ для вѣнчъ работъ опредѣленій дѣлестій на дѣ дробями, а также и умѣнчъ вѣнчъ различныя производствы дробныхъ вѣнчъраженій. Можетъ быть, что учащимся а не придется дойти до курса дробей; но они, повторяемъ, то крайняя мѣрѣ не будутъ затрудняться въ обычныхъ арифметическихъ вѣнчъ счисленіяхъ, которые такъ часто приводятъ къ дѣлестіямъ на дѣ дробями, и достигнуть бо-

лѣе полнаго пониманія предмета. Если-же учащіеся пойдутъ дальше, упомянутыя упражненія съ дробями будутъ имѣть для нихъ еще болѣе важное значеніе, такъ какъ подготовятъ ихъ къ дальнейшему курсу. Мы думаемъ и горячо стоимъ за то, что на курсѣ дробей всегда должны отражаться предыдущія занятія арифметикой, поэтому упражненія съ дробями никогда не должны идти въ томъ-же порядкѣ, какъ и съ цѣлыми числами, и никогда знакомство съ дробями не должно идти нагляднымъ путемъ. По нашему мнѣнію, если ученики послѣ двухлѣтнихъ или трехлѣтнихъ занятій арифметикой не могутъ усвоить курса дробей безъ помощи наглядныхъ пособій, то это показываетъ, что они плохо поняли прежде, не усвоили арифметическихъ понятій и не привыкли къ умственной работѣ. Вычисленія съ дробями, постепенно усложняясь, должны проходить черезъ весь курсъ, а курсъ дробей собственно долженъ состоять въ обобщеніи тѣхъ практическихъ свѣдѣній, которыя были приобретены въ предыдущіе годы. Многие находятъ, что дѣлать трудно дается курсъ дробей (особенно труднымъ считается опъ въ прежде время, а теперь— въ школахъ старшаго склада), что дѣти играютъ между собою различными дѣйствіями надъ дробями; но трудность только тогда и является, когда дѣти не подготовлены прекрасными занятіями, а даже, напротивъ, привыкли къ неправильнымъ опредѣленіямъ дѣйствій, которыя потомъ мѣшаютъ имъ усвоить дѣйствія надъ дробями *) Встрѣчая сразу весьма разнообразныя преобразованія и вычисленія съ дробями, дѣти, конечно, путаются въ нихъ, лучшее средство избѣжать трудностей: *постепенно* подготавливать къ дѣйствіямъ надъ дробями, вводя новаго рода упражненія только тогда, когда прежнія дѣлаются безъ затрудненій, поначавъ упражненія въ первый-же мѣсяцъ занятій и распредѣляя на дробн понятія о дѣйствіяхъ надъ цѣлыми числами. Постепенно знакомить съ дробями вполне возможно и выгодно во всѣхъ отвлеченныхъ, напоминаемъ только данный случай: не давать во время прохожденія перваго отдѣла курса такихъ упражненій съ дробями, которыя потребовали-бы длинныхъ объясненій со стороны учителя, не могли бы быть сдѣланы учениками по соображенію. Началь сложения и вычитанія несложнаго вида дробей съ одинаковыми

*) См. начало первой главы.

знаменателями, переходя потомъ къ повторенію данной дроби въ-
 сколько разъ, исключенію цѣлаго числа изъ неправильной дроби
 и обращенію смѣшаннаго числа въ неправильную дробь, дѣленію
 цѣлаго числа на небольшое число частей, можно черезъ въ-
 сколько времени дойти до дѣленія дроби, имѣющей числителемъ единицу,
 а знаменателемъ небольшое число, на два, на три, на четыре, до
 сложенія и вычитанія смѣшанныхъ чиселъ и несложныхъ дробей,
 имѣющихъ различные знаменатели ($\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$ ученики лѣтъ 10
 сложатъ безъ затрудненія, и этимъ примѣромъ легко воспользо-
 ваться), до умноженія цѣлаго числа на дробь и на смѣшанное
 число и т. д.

Итакъ, цѣль второго, рассматриваемаго теперь отдѣла курса
 обобщеніе практическихъ знаній, пріобрѣтённыхъ раньше; пер-
 выми должны быть обобщены понятія о дѣйствіяхъ. Опредѣленія
 всѣхъ дѣйствій не должны даваться одновременно, такъ какъ усво-
 еніе всякаго обобщенія требуетъ со стороны дѣтей значительнаго
 труда, а опредѣленія дѣйствій — одни изъ первыхъ обобщеній, ве-
 рьчающихся дѣтямъ. Но всѣ опредѣленія одинаковы и по трудности
 ихъ усвоенія. Понятія о сложеніи и вычитаніи всего легче даю-
 тся дѣтямъ и даже очень легко, понятіе объ умноженіи — также не
 трудно, хотя различіе кратнаго и разностнаго отношенія прежде
 (въ первый годъ обученія) за рудило учениковъ. Больше трудныхъ
 затрудняетъ дѣленіе; его удобнѣе опредѣлять сначала съ удовле-
 вленіемъ на два частныхъ случая *).

Сложеніе и вычитаніе, какъ очень простые дѣйствія, могутъ
 быть опредѣлены значительно (до 4 мѣсяцевъ) раньше двухъ дру-
 гихъ. Замѣтимъ еще, что опредѣленія первыхъ двухъ дѣйствій
 могутъ быть даны нѣсколько раньше, чѣмъ предѣлы чиселъ, вхо-
 дящихъ въ вычисленія, дойдеть до 100, такъ какъ дѣти обыкновенно
 не затрудняются обобщеніемъ всѣхъ встрѣчающихся случаевъ
 сложенія и вычитанія. Но каждое изъ этихъ дѣйствій лучше
 опредѣлять отдѣльно, а послѣ полного усвоенія опредѣленій по-
 лезно сравнить дѣйствія, для лучшаго внянненія каждаго изъ нихъ;
 удобнымъ поводомъ къ тому можетъ служить повѣрка одного дѣй-
 ствія другимъ. Дѣти всегда догадываются, что для повѣрки сло-

*) См. начало первой главы.

жонія на о огня ч оно нль двухъ данныхъ чиселъ отъ суммы; разобравъ причину возможности такой повѣрки, они придутъ къ заключенію, что одно дѣйствіе противоположно другому. Подобное-же сравненіе можно сдѣлать и при изученіи двухъ другихъ дѣйствій.

Признакомъ того, что ученики уже достаточно подготовлены и въ состояніи усвоить опредѣленія дѣйствій (т. е. дойдя до обобщенія), можно служить умѣнье учащихся безошибочно употреблять знаки дѣйствій и свободно объяснять всѣ частные случаи, которые имъ встрѣчаются; наконецъ, умѣнье придумать свою задачу на указанномъ частный случай дѣйствія, на примѣръ, такую задачу, для рѣшенія которой нужно отъо число артыть къ другому, увеличть на какое-нибудь число и т. д. (Предлагая составить задачу, учитель не долженъ употреблять названій дѣйствій, выражая условія составленія обыкновеннымъ разговорнымъ языкомъ).

Занимаясь опредѣленіями дѣйствій, никакъ ни слѣдуетъ останавливаться исключеніи само на нихъ ошибокъ, такъ какъ никогда не слѣдуетъ допускать преобладанія какой-нибудь одной стороны дѣла (теоретической или практической — все равно); на обобщеніи и упражненіи, прямо предназначенныя для усвоенія этихъ обобщеній, не слѣдуетъ уделять больше времени арифметическимъ урокамъ, на остальныхъ-же урокахъ лучше всего по прежнему заниматься какъ рѣшеніемъ и объясненіемъ задачъ, такъ и вѣнестеніями, стараясь постоянно давать примѣры на всѣ рода знаемыхъ дѣтямъ вычисленій *).

Но не останавливаясь пока на описаніи хода работъ при выводѣ опредѣленій дѣйствій, скажу только, что матеріаломъ для вавова должны служить тѣ практическія упражненія, которыя разбирались прежде, т. е. не буквально тѣ самыя, но совершенно такого-же рода. Давши нѣсколько примѣровъ на то дѣйствіе, опредѣленіе котораго ходимъ вывести, и записать ихъ на доскѣ, мы напомнимъ дѣтямъ всѣ знакомые имъ частные случаи; сопоставляя

*) Указываемъ на это потому, что многие учителя, увлекаясь работой, долго занимаются исключительно одними какими-нибудь упражненіями. Составители учебнодствъ къ преподаванію арифметики нерѣдко даютъ къ этому поводъ, такъ какъ те указываютъ прямо на неудобствъ продолжительныхъ однообразныхъ занятій.

ихъ, ученики замѣтятъ ихъ сходство, и тогда уже не трудно будетъ выразить найденные общіе признаки, т. е. закончить обобщеніе и дойти до опредѣленія. Ученики обыкновенно не могутъ сдѣлать обобщенія безъ помощи учителя потому, что не сопоставляютъ между собою известные имъ частные случаи. Работа учителя и состоитъ въ томъ, что она заставляетъ учениковъ припомнить все нужное для вывода и такимъ образомъ наталкиваетъ учащихся на невольное сопоставленіе; а ссылаясь о сходствѣ разсматриваемыхъ случаевъ, учитель побуждаетъ учениковъ глубже подумать въ разборахъ примѣры и окончательно обобщить ихъ, т. е. составить опредѣленіе дѣйствія. После этого остается только придать лучшую форму выраженной мысли, такъ какъ въ болѣе или менѣе случаяхъ дѣти высказываютъ мысль свою голышко и несовершенно точно, и закрѣпить усвоенное понятіе разнообразными новыми упражненіями.

При прохожденіи перваго отдела обыкновенно создается требованіе съ учащихся умѣнья записывать все то, что они дѣлаютъ съ числами; это, какъ я говорилъ выше, помогаетъ учащимся выразить себѣ смыслъ выполняемаго ими вычисленія. Когда-же ученики переходятъ къ обобщеніямъ, выраженіе разсматриваемыхъ случаевъ вычисленій неминуемо знаками (вотъ 4 знака дѣйствій) сложитъ хорошимъ подспорьемъ для вывода, такъ какъ болѣе или менѣе образомъ указываетъ учащимся на одинаковость дѣйствія во всѣхъ записанныхъ случаяхъ; при этомъ ученики уже *само* привыкли къ употребленію знаковъ, следовательно въ нихъ болѣе прѣдпочтительность ихъ постановки, а потому уже легче *видѣть* въ сходствѣ дѣйствій, прямо или въ его примѣнахъ, то сличающія въ его сущности. Содержаніе тоже такъ же, хотя-бы, сами по себѣ и очень простые, часто на столько поражаютъ учащихся, что они не могутъ съ ними справиться и съ *своими* глазами, смотря на нихъ, какъ-бы не подирая даже ихъ сущности, т. е. то что уже не могутъ въ нихъ разбираться и никакъ не обобщить. (Слѣдуетъ только — обычная у дѣтей форма вопроса въ подобныхъ случаяхъ). Поэтому-то и важно заранее подготовить возможность обобщенія, если дѣло издалека.

Всѣмъ за опредѣленіями дѣйствій, сравненій ихъ и повѣркой, нужно познакомить учениковъ съ законами производства и съ

системой счисления. Какъ съ первыми, такъ и со второю учащіеся отчасти знакомы по первому отдѣлу курса — это само собою понятно; она также некая содѣлывать теперь же, вполне объяснятъ дѣламъ, счисленію и производству дѣйствій; выгоднѣе сперва ограничиться разъясненіемъ предѣла чиселъ, вводимыхъ въ вычисленія, до 1000 или 10000, а потомъ уже обобщить способъ выраженія чиселъ и производствъ дѣйствій. Дѣло въ томъ, что полное усвоеніе этихъ правилъ требуетъ значительнаго количества времени не потому, что они трудны, а потому, что нужно большое количество упражненій для пріобрѣтенія навыка быстро вычислять съ многоточными числами. Если сразу дать большія числа, то сложность вычисленій сбиваетъ дѣтей, и они не могутъ уловить сущности дѣла, а потому безсознательно стремятся усвоить лишь механизмъ вычисленій, т. е. замѣнить порядокъ вычисленій и расположеніе чиселъ, не понимая смысла вычисленія и также не думая слѣдить за нимъ (обращаютъ вниманіе только на вѣрныя признаки). Разъ это случилось, тогда уже не легко отучить дѣтей отъ такой упрямой привычки въ работѣ. Ограничивая сперва числа небольшими предѣлами, мы даемъ возможность учащимся сознательно относиться къ дѣлаемымъ ими вычисленіямъ и вмѣстѣ съ тѣмъ будемъ способствовать развитію въ дѣтяхъ привычки къ правильной работѣ. Когда-же они поймутъ производство дѣйствій и способъ выраженія чиселъ до 1000—10000, то легко распространять ихъ на большія числа и быстро пріобрѣтутъ навыкъ въ вычисленіяхъ. Раздѣленіе на части всякихъ сложныхъ объясненій и постепенная подготовка къ нимъ всегда выгодна при занятіяхъ съ дѣтьми и не только даетъ возможность лучше и легче усвоить дѣло, но даже и сбереженіе времени.

На указаніи основныхъ пріемовъ (законовъ) производства дѣйствій всего лучше остановиться непосредственно послѣ составленія опредѣленій арифметическихъ дѣйствій. Указаніе пріемовъ производства послужитъ тогда полезнымъ дополненіемъ къ пріобрѣтенному знакомству съ дѣйствіями, обратитъ вниманіе учащихся на новую сторону дѣла. Дать объясненіе основаній производства въ это время вполне уже возможно, дѣти къ нему будутъ подготовлены, если при прохожденіи перваго отдѣла курса будетъ исполненъ данный совѣтъ: «обращать вниманіе учащихся на *пріемы* вычисле-

показываютъ много-ли гѣвъ предметовъ, о которыхъ говорится (количество ихъ), или показываютъ сколько мѣръ заключается въ томъ предметѣ, который измѣряли.

Задачи, предлагаемыя ученикамъ пужно постоянно, во все время занятій, также измѣняются по своему содержанію; измѣняясь, должны и работы, предлагаемыя ученикамъ при рѣшеніи задачъ, т. е. примѣры рѣшенія, разбора и повторки задачъ, (какъ устная такъ и письменная работы). Для выясненія обшей мысли курса по лшнимъ силамъ замѣнить, что въ первое время форма разсказа рѣшенія дается вполнѣ предоставляется дѣтямъ, но потомъ слѣдуетъ прѣдчать ихъ къ опредѣленнымъ формамъ; особенно по лшню дружитъ къ разсказу предполагаемаго хода рѣшенія (плана) задачи, прѣдпочтѣнъ бы утъ слѣдующія пужныя вычисленія. Такия выраженія полезны потому, что развиваютъ въ дѣтяхъ способность дантъ себя отчетъ о цѣлой задачь, слѣдить за послѣдовательностью вычисленій и прѣдчать предварительно обдумывать свою работу.

Дѣтя довольно легко изучиваются обдумывать планъ рѣшенія задачи, прежде чѣмъ приняться за вычисленія, если отъ нихъ требуютъ такой работы свѣривъ при рѣшеніи легкихъ задачъ и прѣварительно дружно разсказывать планъ рѣшенія *составленной* задачи. Формы выраженій съ задачами очень разнообразны, смотря до цѣли, съ которою предлагаются пестѣнія.

Задачи, предлагаемыя ученикамъ, должны постепенно усложняться по своему содержанію; но увеличивается должно не только количество данныхъ и условий, входящихъ въ рѣшеніе: необходимо, чтобы увеличивалась пѣсколько и трудность условій, такъ какъ она главнымъ образомъ со ѣствуетъ развитію сообразительности, а не количество условій. Существующіе сборники задачъ страдаютъ или отъ избытка постепенности въ усложненіи задачъ (т. е. небрежнмъ расноложечемъ ихъ), или-же отъ избытка сколько-нибудь интересныхъ задачъ и притомъ предлагають задачи отъ все одного типа, въ которыхъ только количество данныхъ увеличивается и черезъ это удлинняется рѣшеніе *Общное раздѣленіе задачъ на группы по характеру ихъ содержанія (задачи на группныя правила, на вычисленіе процентовъ, на правило товарищества и т. п.) невыгодно отражается на успѣхахъ учениковъ:

узнавъ, къ какой группѣ относится задача, учащиеся узнають и пріемъ ея рѣшенія, поэтому вовсе надъ ней не думаютъ, а слѣдовательно и пользы получаютъ очень мало. Между тѣмъ большинство задачъ, если только хорошо расположить ихъ, т. е. по степени ихъ сложности, можетъ быть рѣшено безъ особенныхъ затрудненій самими учениками. Задачи на трибныя правила и правило товарищества находится даже во всѣхъ сборникахъ въ числѣ тѣхъ задачъ, которыя назначаются для начинающихъ; задачи на вычисленіе процентовъ также безъ труда могутъ рѣшаться 10—11-лѣтними дѣтьми, по крайней мѣрѣ простѣйшія, если только въ простыхъ выраженіяхъ объяснить, что называютъ процентомъ; задачи на правило смѣшенія труднѣе, но и онѣ встрѣчаются почти всегда въ первыхъ отдѣлахъ сборниковъ. Польза отъ рѣшенія задачъ на извѣстное „правило“ обыкновенно еще уменьшается тѣмъ, что пріемы рѣшенія ихъ не изобрѣтаются учениками, а прямо указываются учителемъ; ученики даже не усваиваютъ хорошенечко приемы рѣшеній, а механически заучиваютъ ихъ. Справедливость высказываемаго мнѣнія доказывается стремленіемъ большинства учащихся, особенно-же слабыхъ учениковъ, сперва извѣстнымъ образомъ расположить данныя (какъ показывали учителя), а потомъ уже приниматься за рѣшеніе задачи; не расположивши предварительно данныя числа по заученному образцу, многие ученики даже вовсе не могутъ рѣшить задачи. Когда дурная привычка уже сдѣлана, отвыкнуть отъ нея очень трудно.

Однако, если задачи должны рѣшаться по соображенію, а не по данному образцу, это еще не значитъ, что указанія на „правила“ советамъ не нужно дѣлать; напротивъ, такіе указанія могутъ быть очень полезны, только давать ихъ слѣдуетъ *послѣ* того, какъ ученики сами дойдутъ до рѣшенія задачъ; указанія на „правила“ явятся тогда обобщеніемъ задачъ: они выяснятъ общіе пріемы рѣшенія задачъ, сходныхъ по содержанию, и помогутъ ученикамъ понять составъ задачъ. Общій пріемъ рѣшеній слѣдуетъ давать только тогда, когда всякаго рода задачи свободно рѣшаются учениками, поэтому его всегда приходится давать гораздо позже, чѣмъ опредѣленія понятій о дѣйствіяхъ и системѣ счисленія; къ тому-же понятія о составѣ задачъ и приемахъ рѣшеній ихъ болѣе сложны, чѣмъ понятія о дѣйствіяхъ.

Навыкъ учениковъ въ рѣшеніи задачъ прямо зависитъ отъ продолжительности курса; въ начальныхъ школахъ, гдѣ курсъ продолжается года три, дойти до сложныхъ задачъ и до указанія общихъ приѣмовъ рѣшеній ихъ не придется; въ такихъ школахъ хотя слѣдуетъ заботиться и о развитіи сообразительности въ дѣлахъ, но особенно важно обратить вниманіе на практическія задачи. Мы постоянно выражаемъ ту мысль, что начальное образованіе должно дать непременно такіа знанія, которыя могутъ быть полезны и въ жизни, иначе у учащихся и ихъ родителей легко можетъ развиваться пренебреженіе къ учению. Начальное обученіе тѣмъ особенно и трудно, что въ короткій срокъ необходимо достигнуть практическихъ результатовъ и въ тоже время не упустить изъ виду образовательной цѣли; народъ не будетъ развиваться, если школа не успеетъ сообщить учащимся умѣнье и охоту работать умственно и продолжать свое самообразованіе, но для достиженія этой цѣли необходимо прежде всего убѣдить въ полезности школьныхъ знаній.

Теперь выкаланы замѣчанія относительно всѣхъ сторонъ второго отдѣла курса. Повторимъ ихъ вкратцѣ, чтобы опредѣлить содержаніе этого отдѣла.

Особенность и самую существенную часть этого отдѣла составляютъ обобщенія пройденнаго, сообщаемыя въ извѣстномъ порядкѣ, по степени ихъ важности. Самое видное мѣсто занимаютъ опредѣленія дѣйствій и дополненія къ нимъ работы; потомъ идетъ усвоеніе производства дѣйствій, расширеніе предѣловъ, чиселъ, вводимыхъ въ вычисленія, и, наконецъ, объясненіе системы счисленія. Опредѣленіе числа не дается, хотя указывается на значеніе чиселъ. Общихъ приѣмовъ рѣшеній задачъ не дается, но самыя задачи усложняются и по поводу ихъ рѣшенія предлагаются новаго рода работы; ученики приучаются обдумывать и высказывать планъ рѣшенія сложныхъ задачъ до выполненія вычисленій; въ числѣ задачъ должны встрѣчаться задачи на всѣ, такъ называемыя, правила (хотя послѣднія и не указываются). Вычисленія съ дробями также продолжаются и постепенно вводятся новыя упражненія съ ними, такъ чтобы въ слѣдующемъ отдѣлѣ курса осталось только обобщать пройденное, т. е. ученики должны практически познакомиться со всѣми дѣйствіями надъ дробными числами. Кромѣ новыхъ работъ должны постоянно продолжаться всякаго

роца вычисленія и упражненія въ рѣшеніи задачъ; въ противномъ случаѣ ученики, съ одной стороны, крайне утомляются отъ постоянного движенія курса впередъ, а съ другой стороны забываютъ многое изъ пройденнаго.

На прохожденіе перваго, практическаго отдѣла курса обильно требуется около двухъ лѣтъ времени; на прохожденіе втораго отдѣла, въ ко оромъ обобщаются всѣ приобретенныя прежде знанія—около года или $1\frac{1}{2}$ г.

На первомъ планѣ во все время занятій находится дѣйствія надъ числами и отношенія чиселъ, какъ составляющія наиболѣе важную часть ариоме тической теоріи (содержащую въ себѣ основанія всего предмета). Такое расположеніе материала, при которомъ ученики съ самаго начала знакомятъ съ идами предмета, хотя въ упрощенномъ (сжатомъ) видѣ, и основныя части предмета составляютъ важнейшее содержаніе всѣхъ последующихъ отдѣловъ, только развиваются все болѣе и глубже, такъ что постепенно вырабатывается полная теорія предмета, такое расположеніе курса называется *концентрическимъ*, а всѣ основанія теоріи, около которыхъ группируется все остальное *центромъ* курса. Въ предлагаемомъ мною планѣ концентрическаго курса арифметики центръ, какъ видно изъ предыдущаго, составляютъ дѣйствія надъ числами (а отношенія чиселъ дополняютъ понятія о дѣленіяхъ).

Концентрическое расположеніе матеріала весьма важно въ предметахъ первоначальнаго обученія, потому что способствуетъ пониманію предмета; при такомъ способѣ расположенія матеріала всего легче привлечь учениковъ къ дѣятельному участию въ классной работѣ и выучить правильно работать, такъ какъ практически знакомя съ основаніями предмета и постепенно доходя до обобщеній, а при болѣе продолжительномъ курсѣ и до полной теоріи, мы слѣдуемъ тому пути, по которому идемъ вообще различіе явленій мысли. Но подобное расположеніе матеріала во всѣхъ предметахъ обученія совершенно ненужно, и даже болѣе—вредно. Оно ненужно, потому что, познакоившись съ нѣсколькими предметами и приобретя нѣкоторый навыкъ въ умственной работѣ, всякій учащійся можетъ усваивать новыя знанія гораздо быстрее прежняго, можетъ даже впоследствии со словъ учителя понять основанія предмета, не имѣя надобности достигать усвоенія ихъ длиннымъ

рятомъ практическихъ упражненій. Оно вредно, какъ вредна всякая односторонняя работа, потому что ни умѣно приравливаются къ работѣ и ея результаты, ни самостоятельность въ работѣ не могутъ тогда развиваться (ни въ какомъ дѣлѣ невозможно ограничить одно браніи приемами во вѣдѣхъ сущихъ). Конечно, между умѣными съ успѣхомъ и самостоятельными работами громадный разрывъ; но и приемы умѣнной работы такъ съ необходимостью живы и измѣняемы, иначе пронасъ въ школѣ не будетъ пріобрѣтена.

Арифметика, какъ я уже говорилъ въ первой главѣ, должна быть однимъ изъ первыхъ предметовъ обученія; содержащееся теорія, богатая простотой послѣдствъ, легко поддается коррективному разсужденію; это доставляетъ важную выгоду и чѣмъ ближе къ предмету вѣроятнѣе приложимъ къ первоначальному обученію. Нельзя было сказать о многихъ другихъ предметахъ, въ томъ же отношеніи. Содержаніе последней очень трудно поддается коррективному разсужденію, такъ какъ въ ней теорія гораздо шире, а охватить ее въ короткое время почти что невозможно. Такие предметы не должны входить въ кругъ предметовъ начальной школы*), если мы хотимъ дать учащимся основательныя знанія; мѣсто этихъ предметовъ въ дальнейшемъ курсѣ (въ высшихъ отдѣленіяхъ городскихъ школъ и въ среднихъ школахъ).

Конечно, ригорозность курса важнаго предмета начального обученія должна еще въ томъ отношеніи, что учащіеся выходятъ изъ школы со знаніемъ курсовъ (и такихъ учебниковъ, какъ на нихъ паронихъ школахъ гораздо больше, чѣмъ единичныхъ курсовъ), вслѣдствіе выноса изъ школы законченныхъ знаній. Обращаемъ на это вниманіе учителей. Ученикъ, пройдя первый отдѣлъ предлагаемаго курса арифметики, будетъ практически знать весь предметъ, въ значительной степени будетъ знакомъ и съ дробями (ныне что мы особенно имеемъ въ виду, что составляетъ одну изъ наиболее важныхъ

* Во избѣжаніе негра умѣній молчаливо изъ этихъ предметовъ могутъ быть сообщены и въ начальныхъ школахъ, но *только* предметы, дающіе полезныя сообщенія естественнаго характера, и въ которыхъ могутъ быть полезными и даже необходимыми, а не только аттестатъ этихъ свѣдѣній, особаго большого значенія для развитія учащихся они имѣть не могутъ, т. е. такъ свѣдѣнія могутъ быть даны дополненіемъ къ курсу.

особенностей курса), хотя и не будетъ умѣть обращаться съ большими числами: даже ученикъ, пробиравшій въ школѣ только одинъ годъ и высчитывавшій лишь съ очень маленькими числами, будетъ обладать небольшими, но законченными знаниями.

Когда пройдены будутъ два отдѣла курса, каждое изъ основныхъ понятій предмета будетъ определено, но почти изучены будутъ только простѣйшие случаи приложенія дѣйствій, т. е. дѣйствія надъ цѣлыми числами. Дальнѣйшія знания должны вынести учащиеся новые, болѣе сложные случаи примѣненія дѣйствій, т. е. дѣйствія надъ дробями, и, наконецъ, соединить всѣ отдѣльные обобщенія въ одно цѣлое, въ строгую теорію предмета. Дѣйствія надъ дробями настолько сложны, что, не смотря на подготовку учениковъ (прежними практическими упражненіями), разборъ дѣйствій надъ дробями и опредѣленіе ихъ берутъ много времени, а по важному значенію ихъ должны составлять особый отдѣлъ курса. Выполненіе дѣйствій надъ дробями требуетъ новыхъ теоретическихъ объясненій свойствъ дробей и цѣлыхъ чиселъ, потому что при сложении и вычитаніи необходимо преобразовывать дроби (для приведенія ихъ къ одному знаменателю), а для умноженія всѣхъ дѣйствій необходимы другаго рода преобразованія, именно сокращеніе данныхъ, а, следовательно, нужно знать и свойства чиселъ (раздѣленіе чиселъ на простые и сложные, нахожденіе дѣлителей данныхъ чиселъ, признаки дѣлимости и т. п.). Такимъ образомъ курсъ дробей вызываетъ необходимость познакомить учениковъ съ дальнѣйшимъ развитіемъ теоріи и съ усовершенствованіемъ вычисленія (сокращеніемъ выраженій). Свойства дробей, дѣйствія надъ ними, краткія свѣдѣнія о разложеніи чиселъ на множители, о нахожденіи числа кратнаго даннымъ и указаніе признаковъ дѣлимости составляютъ содержаніе третьяго отдѣла предлагаемаго курса ариметики.

Соединеніе всѣхъ отдѣльныхъ обобщеній въ одно цѣлое (выработка теоріи) вмѣстѣ съ указаніемъ общихъ приемовъ рѣшенія задачъ („правилъ“) по своему важному значенію должно составить особый отдѣлъ курса, поэтому для него долженъ быть выбранъ удобный періодъ времени, по возможности не раздѣляемый большими промежутками свободнаго времени, чтобы удобно было придать законченность пройденному материалу и произвести цѣльное

впечатлѣніе, а по окончаніи отѣта -остановиться на краткомъ обзорѣ отѣла. Этотъ новый (четвертый) отѣлъ, разумѣется, можетъ имѣть мѣсто далеко не во всѣхъ школахъ; но въ тѣхъ, гдѣ времени на обученіе дается достаточно, онъ имѣетъ важное образовательное значеніе.

Такъ какъ курсъ ариометики заканчивается дѣтьми еще въ очень раннемъ возрастѣ (13—14, много если 15 лѣтъ), то послѣдній отѣлъ все еще неудобно отвѣчено считать ученикамъ; очень важно дать такой матеріалъ, который помогъ-бы обобщенію, приближаясь какъ къ дѣйствіямъ надъ дробями, такъ и къ дѣйствіямъ надъ цѣлыми числами. Ариометика настолько удобный въ учебномъ отношеніи предметъ, что даетъ возможность сдѣлать и это. Въ первой главѣ уже говорилось, что дѣйствія надъ дробями очень близки къ дѣйствіямъ надъ цѣлыми числами; существующая разница зависитъ отъ болѣе сложнаго выраженія дробей, чѣмъ цѣлыхъ чиселъ (дробь выражается двумя числами: числителемъ и знаменателемъ); если уничтожить это различіе въ способѣ выраженія того и другого рода чиселъ, то и различіе въ произведеніи дѣйствій исчезнетъ. Это дѣйствительно произойдетъ, когда данныя дроби обратимъ въ десятичныя, которыя могутъ быть написаны подобно цѣлымъ числамъ (въ одну строку съ цѣлыми числами); къ дѣйствіямъ надъ десятичными дробями вполне могутъ быть примѣнены какъ правила дѣйствій надъ дробями, такъ и правила дѣйствій надъ цѣлыми числами *) (Дроби не всегда обращаются въ десятичныя, потому что не всякая дробь обращается въ конечную десятичную дробь, а употребленіе безконечныхъ десятичныхъ дробей не всегда удобно).

* Для примѣра рассмотримъ правило умноженія. Относительно умноженія десятичныхъ дробей обыкновенно дается правило, прямо указывающее на сходство произведенія дѣйствія надъ десятичными дробями съ произведеніемъ его надъ цѣлыми числами: „умножаются какъ цѣлыя числа“; при умноженіи десятичныхъ дробей нужно только въ произведеніи надлежащимъ образомъ поставить запятую, чтобы точно обозначить разрядъ, къ которому относится полученный результатъ, при умноженіи-же цѣлыхъ чиселъ извѣстнѣйшій разрядъ всегда одинъ и тотъ же—единицы, поэтому и обозначать разряда нѣтъ надобности.

Замѣтивъ, что десятичная дробь, если не обращать вниманія на запятую, представляетъ читатель соответствующей ей обыкновенной дроби, легко понять, что, умножая десятичныя дроби какъ цѣлыя числа, мы перемножаемъ

Десятичные дроби поэтому представляють естественный и вполне удобный материал для указания тѣхъ связей между этими арифметическими вычислениями, друими словами существуетъ связь между этими четырьмя действиями, произношеніе которыхъ выводится, смотря по тому, къ какому роду дѣйствій они примѣняются. При помощи десятичныхъ дробей для дѣлѣній становится очевиднымъ, что все содержащее арифметическое сводится къ 4 дѣйствіямъ, т. е. дѣли непосредственно нацѣло, какъ обобщается все полученное и создается теорія, а потому могутъ вносить понятную пользу. Слѣдуетъ въ то же время указать на общность приѣма рѣшенія однородныхъ задачъ и показать эти приѣмы дѣйствія на примерахъ), мы дополнимъ знанія учениковъ и еще разъ покажемъ возможность обобщенія полученныхъ нами фактовъ. Чувствуя, что, говоря о теоріи, они лучше стали понимать все большее и больше поведеніе въ особѣхъ ученикахъ, чтобы запомнить то, что давалось прежде съ трудомъ, ученики, можно на будущее, понимать полезность теоріи и обобщенія и будутъ къ нимъ стремиться при всякой работѣ: правильная работа, которую велъ ученики при занятияхъ арифметикой и другими предметами, которая научила ихъ основательно и правильно дѣлать обобщенія.

Итакъ, задача состояла въ томъ, чтобы курсъ обобщеніе всего полученнаго въ предыдущихъ теоріяхъ: а главное, содержащее это: 1) ознакомленіе съ десятичными дробями, введеніе ихъ вѣводить и дѣйствій надъ ними и сравненіе ихъ съ дѣйствіями надъ обыкновенными дробями и ихъ съ дѣйствіями надъ числами; 2) обобщеніе приѣмовъ рѣшенія задачъ. Какъ переходимъ къ теоріи, если позволять время, позволено сообщить тѣ теоремы, на которыхъ основываются объясненія признаковъ дѣлительности чиселъ и способъ нахождения наиболѣе большого тѣ числа и наименьшаго краткаго, а такъ-

числите ей дѣлитель дроби поставивъ въ полученномъ произведеніи запятую, мы имѣемъ обозначаемъ разрядъ результата, т. е. обозначимъ, каковъ доли получимъ, т. е. все равно, подъ немъ имѣемъ знаменатель 10 и всѣмъ. Въ разрядѣ десятичныхъ знаковъ, сколько было въ делимомъ и во множителѣ имѣетъ это значеніе, что поднесемъ въ произведеніи знаменатель съ произведеніемъ знаменателей данныхъ множителѣ

$$\text{Примеръ } 0,2 \cdot 2,34 = 0,468, \text{ или } \frac{2}{10} \cdot \frac{234}{100} = \frac{468}{1000} = 0,468$$

же познакомить со свойствами протоний и съ применением ихъ къ рѣшенію задачъ. (Раньше вознѣтъ протонныя при рѣшеніи задачъ не слѣдуетъ, такъ какъ употребленіе пропорцій всегда при участвіи учащихъ къ механическому рѣшенію задачъ, если эти раньше не дошли до рѣшенія подобныхъ задачъ по соображенію; въ концѣ курса указать на примѣненіе протоний къ рѣшенію задачъ можетъ быть полезно, какъ указаніе на *новый* пріемъ рѣшенія).

По мѣрѣ движенія курса впередъ должны измѣняться, какъ я говорить выше, и пріемы объясненій и требованія съ учениковъ, а не только одно содержаніе подлежащихъ объясненій. При прохожденіи перваго отѣла отъ учениковъ требуется *интересное* познать, что они дѣлаютъ съ числами; учитель въ это время даетъ матеріалъ для работы, спрашиваетъ учениковъ о томъ, что они дѣлаютъ, чтобы обратить ихъ вниманіе на арифметическія свойства, о которыхъ выше и пріемы рѣшеній задачъ, и указываетъ учащихъ къ извѣстнымъ формамъ изложенія того, что они дѣлаютъ, но самъ не даетъ ни объясненій, ни опредѣленій. Они, можно сказать, подчеркиваютъ ученикамъ упражненія, на которыя слѣдуетъ обратить особенное вниманіе, но не даютъ никакихъ объясненій ихъ. Учитель объясняетъ только въ тѣхъ случаяхъ, когда ученики почему-либо не могутъ сами *окончить* рѣшеніе начатой задачи или случается промахъ; если-же они сильно затрудняются вновь предложенными упражненіями, то лучше отложить послѣдніе изъ тѣхъ которое время, но не объяснять ихъ.

При прохожденіи втораго отѣла курса учитель также заставляетъ самихъ учениковъ дѣлать изложенія и выводы, требуетъ излагать ихъ и на опредѣленъ, но заканчиваетъ работу самъ, выказывая въ лучшихъ обработанныхъ формъ тѣ опредѣленія, къ которымъ прити тыи, повторяетъ въ еятомъ видѣ рядъ заключеній, приходящихъ къ общему, и даетъ названіе опредѣленному понятію (например, числовое, определеніе ко орлато было составлено); послѣ того учитель опять переходитъ къ предложенію ученикамъ упражненій, ведущихъ къ укрѣпленію и выведенію тѣхъ понятій, которыя только что были опредѣлены. Повтореніе учителемъ того ряда заключеній, который доведъ до обобщенія, дѣлается съ цѣлью помочь учащимся легко обозрѣть весь ходъ вы-

вода, а следовательно помочь имъ усвоить обобщеніе; опредѣленіе повторнется учителемъ для того, чтобы придать ему лучшую и болѣе точную форму и чтобы вмѣстѣ съ тѣмъ, предлагая образецъ точнаго и правильнаго языкомъ выраженаго опредѣленія, показать ученикамъ, какъ слѣдуетъ выражать опредѣленія, т. е. показать преимущества точнаго и сжатаго языка. Отъ учениковъ требуется не только наблюденіе надъ ходомъ работы при обобщеніяхъ и усвоеніе составленныхъ опредѣленій, но и умѣнье высказывать усвоенное опредѣленіе, умѣнье объяснить его и привести соответственный примѣръ; все это ученикъ долженъ разсказывать послѣдовательно, безъ помощи учителя *) Повтореніе того опредѣленія, которое уже усвоено, и объясненіе его—не особенно затруднительны для учащихся, но очень полезны для нихъ, такъ какъ даютъ имъ возможность постепенно перейти отъ короткихъ отвѣтовъ на предложенные вопросы къ изложенію своихъ знаній и мыслей. Разсказъ о ходѣ рѣшенія задачи, какъ менѣе отвлеченный по своему содержанію, легче дается ученикамъ, и потому дѣти уже въ первый годъ обученія могутъ послѣдовательно излагать ходъ рѣшенія легкой задачи.

Когда ученики привыкли къ наблюденію, обобщенію и опредѣленіямъ, слѣдовательно привыкли выкатъ въ дѣло и усваивать объясненія (при прохожденіи первыхъ двухъ отдѣловъ курса), учителю слѣдуетъ перейти къ *изложенію* объясненій нѣкоторыхъ частей курса, чтобы постепенно *привучить учениковъ къ усвоенію чужой речи* (къ сократѣнію, въ настоящее время очень часто забываютъ объ этомъ), но въ то же время онъ не долженъ оставлять прежняго рода работъ: пересказа учениками усвоенныхъ ими частей курса и вывода новыхъ опредѣленій (путемъ обобщенія пройденнаго при помощи учителя). Прочоставлять дѣлать выводъ самимъ ученикамъ слѣдуетъ въ тѣхъ случаяхъ, когда обобщеніе дѣлается легко, слѣдовательно правильно сдѣлать выводъ также не трудно (напримѣръ, можно предложить вывести правило сложенія или вычитанія дробей и т. п.); работа учениковъ при такомъ выводѣ

*) Учителя очень часто бываютъ настолько нетерпѣливы, что сейчасъ-же предлагаютъ вопросы, лишь только ученикъ на минуту остановится или затруднится выразить свою мысль, и этимъ мѣшаютъ ученикамъ изучаться къ хорошему и обдуманному изложенію своихъ мыслей, мѣшаютъ ему думать.

должна быть еще болѣе самостоятельна, чѣмъ прежде, поэтому учитель, предложивъ сдѣлать обобщеніе, т. е. поставивъ общій вопросъ (напримѣръ, спросивъ послѣ разбора примѣровъ: какъ-же слѣдуетъ складывать дроби), долженъ стараться какъ можно меньше помогать учащимся наводящими вопросами, а если возможно, то и совсѣмъ воздержаться отъ послѣднихъ. Самъ учитель излагаетъ болѣе сложные объясненія (напримѣръ, объясненіе того, какъ производится умноженіе дробей *), чтобы помочь учащимся въ трудныхъ случаяхъ и вмѣстѣ съ тѣмъ пріучать ихъ къ усвоенію содержания чужой рѣчи. Ученикамъ легче усвоить выводъ, если онъ излагается учителемъ: они уже раньше привыкли дѣлать обобщенія, поэтому ходъ работы ихъ не затрудняется, а самое обобщеніе дается легче, если оно совершается безъ всякихъ уклоновъ въ сторону или ошибокъ (почти неизбежныхъ при самостоятельной работѣ учениковъ), притомъ съ большою отчетливостію, полнотою и точностію, чѣмъ при самостоятельной работѣ дѣтей; опытный учитель умѣетъ и отбросить тѣ мѣста объясненія, которыя обыкновенно особенно сильно затрудняютъ учащихся. Учитель, конечно, въ первое время не ограничивается простымъ изложеніемъ объясненія: онъ повторяетъ сказанное, какъ только замѣтитъ недоумѣніе учащихся, измѣняя нѣсколько форму изложенія, въ случаѣ надобности приводитъ примѣръ, обращается иногда и съ вопросами къ ученикамъ, чтобы оживить ихъ и поддержать ихъ вниманіе.

Къ усвоенію правильной рѣчи, непрерываемой обращеніями къ учащимся, по моему мнѣнію, удобнѣе всего пріучать при повтореніи нѣкоторыхъ отдѣловъ курса; тогда продолжительность рѣчи не будетъ затруднять учениковъ, такъ какъ имъ будетъ извѣстно все, что говоритъ учитель, но прослушать учителя будетъ очень полезно дѣтямъ, такъ какъ связное изложеніе пройденнаго поможетъ имъ понять содержание *цѣлаго* отдѣла, чего учащіеся почти не могутъ достигнуть при прохожденіи отдѣла по частямъ. Отъ учениковъ учитель также требуетъ потомъ связнаго изложенія всего отдѣла **). Всѣ указанныя теперь новаго рода работы могутъ быть введены во время прохожденія третьяго отдѣла курса.

*) Ходъ работы будетъ изложенъ во второй части руководства.

**) Къ изложенію длинныхъ, но легкихъ объясненій дѣти могутъ пріучиться гораздо раньше: при пересказѣ рѣшеній задачъ, разсказахъ о производствѣ дѣйствій и т. п.

Дѣтей сильно затрудняетъ чтение книгъ сер. сложнаго содержанія, поэтому учителю необходимо обратить вниманіе на то, чтобы научить дѣтей читать серьезныя книги. Для постиженія цѣли надо заставить читать книги подъ руководствомъ и контролемъ учителя. Учащіеся затрудняются собственнo отъыскать содержанія и сложностей изложенія, а помощи отъ другихъ въ случаѣ затрудненія (какъ это случается при ксереной работѣ) они не получаютъ. Чтобы дѣламъ было яснѣе смѣлѣе прѣдлагается, имъ слѣдуетъ давать для чтенія такія книги, содержаніе которыхъ имъ извѣстно и даже хорошо знакомо, такъ это дружелюбно представляло только самое *чтенье*, таково изданіе учебника въ школахъ. Выводить его слѣдуетъ при повтореніи всего курса, т. е. по окончаніи четвертали отбѣла. Впрочемъ, если учащіеся работаютъ очень легко, то можно съesti учебники прѣдметовъ и несколько раньше, именно при прохожденіи курса тройки. Учебникъ долженъ дать учащимся образецъ хорошаго и сложнаго изложенія предмета: тогда только учебникъ поможетъ ученику охватить предметъ въ цѣломъ его объемѣ, такъ какъ только при такомъ условіи могутъ учащіеся въ короткое время *) прѣдстѣвить книгу и обозрѣть весь предметъ.

Выше не разъ уже было высказано, что сообщаемыя знанія всегда должны быть не только поняты и усвоены, но и разрабатываемы во время классныхъ занятій, но въ учебникѣ слѣдуетъ излагать только тогѣ результаты, до которыхъ довелъ учитель своихъ учениковъ, т. е. въ учебникѣ должно быть дано изложеніе предмета его теорій, а не ходъ занятій, какъ это иногда дѣлается въ ущербъ учащимъ. Такъ какъ чтение учебника должно помочь ученику вынести себѣ теорію, то *прямая вынесени* слѣдуетъ *отказаться* отъ теорій, чтобы ученики могли знать ихъ настоящее значеніе **); необходимо обратить вниманіе на то, чтобы каждое отдѣльное объясненіе ясно выдѣлялось, но въ тоже время видна была бы и связь между всѣми отдѣльными объясненіями,

*) Многимъ читателямъ, я думаю, придетъ самый испытанный способъ этого, а именно то, чтобы предмета было свое свое, а въ учебникѣ въ короткое время, напримѣръ, передъ экзаменами.

**) И это аттестуетъ тѣ предметы, въ которыхъ изложены, которые не только скорѣе могутъ прѣдстѣвить для нахожденія результатов исторіи, но могутъ быть извѣстны и при усиліяхъ излагать ихъ, хотя бы когда не соблазняютъ.

яния была *вся* теория. Характеръ объясненій долженъ быть одинаковъ во всемъ учебникѣ. Дѣлю это замѣчаніе въ виду того, что въ современныхъ учебникахъ отдѣльныя объясненія не всегда согласованы межъ собою, также часто находятъ совершенно случайный характеръ, а потому учащимъ чрезвычайно трудно бываетъ замѣтить связи между всеми объясненіями, следовательно трудно понять теорію предмета, и поэтому приходится имъ заучивать дравствъ и объясненія, отчего, конечно, сильно уменьшается образовательное значеніе арифметики.

(Учебники арифметики союзовыхъ годовъ были лучше современныхъ, такъ какъ въ нихъ болѣе ясно и ясно излагался предметъ, чѣмъ въ послѣднихъ, и въ изложеніи предмета не примѣнялось методическихъ указаній).

Нужно, начиная съ ршенія практическихъ примѣровъ и разбора ихъ, стараясь, чтобы ученикъ дошелъ до обобщенія и опредѣленія всѣхъ данныхъ ршительныхъ понятій и, наконецъ, расширивъ приобретенныя знанія, дошелъ до обобщенія всѣхъ отдѣльныхъ объясненій, т. е. до изработки цѣлой теоріи — такова общій ходъ предлагаемаго курса. Повторю, что образовательная сила арифметики заключается главнымъ образомъ въ ней самой, въ ея краткой, безукоризненной, строгой, простой и доступной (для всѣхъ теорій, и по ея методахъ, которые предлагаются учащимъ). Методъ преподаванія можетъ очень много вліять дѣйствительно на усвоеніе предмета, или *пожеть*, наоборотъ, *портить* учащихся; но предметъ можетъ быть полезенъ учащимъ независимо отъ принятаго метода преподаванія (такъ при самообученіи, и тогда усвоеніи предмета точно также, единаго свойства содержанія, окажетъ образовательное вліяніе).

Знаю, что, которое, по моему мнѣнію, имѣетъ теорію предмета, достаточно объясняетъ предлагаемыя задачи курса.

Теорія, какъ и тебѣ, была, вѣроятно, основная мысль предлагаемаго курса арифметики и его значеніе въ ряду другихъ предметовъ школы; но для успешнаго выполненія всѣхъ этихъ большихъ задачъ имѣетъ значительная обработка предметовъ отдѣльныхъ объясненій и согласованіе ихъ между собою. Напоминаю только еще разъ, что проемы работы могутъ быть значительно замѣняемы безъ измѣненія основной мысли курса, что каждому изъ насъ дозволительно вво-

дять (хоть и въкоторыя) свои собственные приемы (такъ какъ у иныхъ учителей могутъ лучше удаваться одни приемы, и другихъ другіе, но ведущіе къ той-же цѣли) и что начинающему учителю слѣдуетъ прежде всего обдумать планъ курса, а потомъ уже приниматься за записки, чтобы всегда ясно сознавать, къ чему слѣдуетъ стремиться: тогда только можно скоро понять свои ошибки и понять тайну удачи.

Въ дополненіе приложу еще примѣрное распределеніе курса по годамъ.

Первый отдѣлъ.

ПЕРВЫЙ ГОДЪ.

(4 часа въ недѣлю).

Практическое ознакомленіе съ четырьмя арифметическими дѣйствіями путемъ рѣшенія задачъ у отвлеченныхъ примѣровъ съ первыми 20—30 числами.

Постепенное ознакомленіе при рѣшеніи задачъ съ отношеніями именованныхъ чиселъ.

Объясненіе значенія десятка.

Обозначеніе чиселъ цифрами, обозначеніе дѣйствій знаками. Записываніе найденныхъ рѣшеній задачъ. Записываніе хода отвлеченныхъ вычисленій.

Составленіе табличекъ сложенія и умноженія въ предѣлахъ известныхъ ученикамъ чиселъ.

Указаніе на практическихъ задачахъ разностнаго и кратнаго отношеній чиселъ.

Простейшія вычисленія съ дробями.

ВТОРОЙ ГОДЪ.

(4—5 часовъ въ недѣлю).

Первое полугодіе.

Продолженіе прежняго рода упражненій, распространенныхъ на большія числа (до 100).

Указаніе приемовъ вычисленій съ двузначными числами.

Упражненія въ отвлеченныхъ вычисленіяхъ и въ рѣшеніи задачъ съ краткими объясненіями рѣшеній.

Приученіе къ разсказу о ходѣ рѣшенія задачи, прежде чѣмъ будетъ сдѣлано вычисленіе рѣшенія.

Задачи и вычисленія съ дробными числами, имѣющими небольшие знаменатели и числители.

Второй отдѣлъ.

ВТОРОЙ ГОДЪ.
(4—5 часовъ въ недѣлю).

Второе полугодіе.

Опредѣленія четырехъ ариѳметическихъ дѣйствій.
(Объясненія могутъ быть дополнены практическими указаніями на измѣненіе результатовъ дѣйствій при измѣненіи данныхъ) Отношенія чиселъ.

Повѣрка дѣйствій. Сравненіе ихъ.

Разборъ произведенія дѣйствій надъ именованными числами, а потомъ и надъ отвлеченными, въ предѣлѣ чиселъ первой сотни.

Вычисленія и задачи съ дробными числами.

Расширеніе предѣла чиселъ, вводимыхъ въ вычисленія и задачи, до 1000—10000

Объясненіе системы счисленія. Сравненіе съ счисленіемъ именованныхъ чиселъ. Понятіе о метрической системѣ мѣръ длины и вѣса.

Производство дѣйствій надъ большими числами. Правила дѣйствій.

Рѣшеніе задачъ и объясненіе ихъ рѣшеній.

Задачи и вычисленія съ дробными числами, требующія преобразованія данныхъ дробей, наиримѣръ приведенія къ одному знаменателю и т. п.

Повтореніе отдѣла.

ТРЕТІЙ ГОДЪ.

4 часа въ недѣлю.

Третій отдѣлъ.

ЧЕТВЕРТЫЙ ГОДЪ.

4 часа въ недѣлю.

Объясненіе дѣйствій надъ дробями; объясненіе тѣхъ свойствъ дробей, которыми пользовались при практическихъ вычисленіяхъ.

Указаніе признаковъ дѣлимости чиселъ.

Разложеніе чиселъ на множители и омыканіе общаго знаменателя данныхъ дробей.

Продолженіе прежняго рода упражненій въ вычисленіяхъ и въ рѣшеніи задачъ. Повѣрка задачъ. Пріученіе къ святому изложенію продолженнаго

Повтореніе всего отдѣла

Четвертый отдѣлъ.

П Я Т Ы Й Г О Д Ъ.
3—4 часа въ недѣлю.

Десятичные дроби. Производство дѣйствій надъ десятичными дробями.

Свойства десятичныхъ дробей.

Сравненіе производствъ дѣйствій надъ десятичными дробями съ дѣйствіями надъ обыкновенными дробями и цѣлыми числами.

Обращеніе обыкновенныхъ дробей въ десятичныя.

Безконечныя десятичныя дроби.

Обращеніе десятичныхъ дробей въ обыкновенныя.

Теоремы о дѣлительности чиселъ; применение ихъ къ показателю степени дѣлительности.

Объясненіе способовъ нахождения общаго наибольшаго дѣлителя и наименьшаго кратнаго.

Обобщеніе приемовъ рѣшенія задачъ. (Указаніе „правиль“).

Свойства пропорцій и применение ихъ къ рѣшенію задачъ.

Повтореніе всего курса по учебнику.

Эта программа можетъ быть выполнена въ продолженіе пяти лѣтъ въ такомъ училищѣ, гдѣ въ каждомъ классѣ одно или два отдѣленія, по бѣгству. Если два отдѣленія въ классѣ, то лучше взять несколько больше часовъ часовъ: по 5 часовъ въ недѣлю (занимаясь во время уроковъ съ двумя отдѣленіями) по 2, 3, 4 и 5 годы. Если же учитель вынужденъ заниматься съ тремя отдѣленіями одновременно, то курсъ придется продолжить еще на одинъ годъ, а именно слѣдуетъ распространить занятія первымъ отдѣломъ курса на первые два года, вторымъ отдѣломъ заниматься годъ, употребляя изъ него 5—6 часовъ въ недѣлю, третьимъ отдѣломъ заниматься одинъ годъ, употребляя на занятія 5 часовъ въ недѣлю, а четвертый отдѣлъ распределить на два года, занимаясь по 3 часа въ недѣлю.

Шестилѣтній курсъ, распреѣленный на два класса (съ двумя учителями) въ каждомъ, изъ которыхъ три отдѣленія, существуетъ въ очень немногихъ русскихъ школахъ; но это почти во всѣхъ народныхъ школахъ нашихъ одинъ учитель долженъ заниматься съ тремя отдѣленіями, такъ какъ курсъ продолжается три года. Это-то нѣкогда я главнымъ образомъ и имѣлъ въ виду, говоря о распреѣлении занятий въ школѣ, въ которой три отдѣленія занимаются у одного учителя.

Полный курсъ ариометрики въ народной школѣ, разумѣется, не можетъ быть пройденъ: занятія продолжаются въ ней слишкомъ короткое время. Но тѣмъ важнѣе дать въ народной школѣ *законченный* курсъ ариометрики, знакомящій со всеми основными ариометическими понятіями и со всякаго рода *необходимыми* вычислениями, слѣдовательно и съ дѣйствіями надъ дробными числами. Не все можетъ быть объяснено ученикамъ, но на практическихъ отдѣльныхъ примѣрахъ все можетъ быть понято учениками народной школы, такъ что въ нетрудныхъ случаяхъ они смогутъ произвести всякое дѣйствіе и надъ дробными числами.

Изъ основной мысли предлагаемаго курса, если только мы усѣли достаточно хорошо ее выдѣлить, слѣдуетъ, что задача преподаванія ариометики, какъ одного изъ первыхъ предметовъ обученія, должна быть одинакова во всякой начальной школѣ, независимо отъ того, оканчиваютъ-ли въ ней курсъ учащіеся или должны будутъ продолжать свои занятія: въ начинающіе одинаково впадаютъ въ объясненіи приемы умственной работы и приобрѣтении навыка въ такой работѣ, посредствомъ выполненія ея при изученіи наиболѣе доступныхъ имъ предметовъ, содержащихъ ариометики вездѣ и для всѣхъ одинаково. Поэтому, я думаю, вѣтъ необходимости дѣлать какія-либо существенныя измѣненія въ этой программѣ въ случаѣ примѣненія ея въ народной школѣ. Въ ней я желалъ дать указанія именно на составъ такого курса, который практически познакомитъ-бы учащихся со всѣмъ содержаніемъ предмета и въ долге время показать-бы имъ первые приемы умственной работы: обобщеніе наблюденій. Последніе на отѣлахъ курса составляютъ достояніе болѣе счастливыхъ учениковъ, которые могутъ не ограничиваться 3-лѣтнимъ ученіемъ. Мы думаемъ, что даже не окончивъ курса, ограничившись двухлѣтними заняті-

ямъ, ученикъ народной школы получить правильное понятіе о предметѣ и сможетъ пропавести всякаго рода вычисленія надъ небольшими числами, а во многихъ случаяхъ справится и съ дробями. При обученіи въ народной школѣ необходимо только усилить занятія практическими вычисленіями, часто встрѣчающимися въ жизни. Указанный планъ, по моему мнѣнію, легко можетъ быть примѣненъ и къ тѣмъ случаямъ, когда преподаватель будетъ имѣть дѣло съ учениками уже знающими кое-что изъ ариометики, или со взрослыми учениками, но ничего не знающими. Какъ въ томъ, такъ и въ другомъ случаѣ должна быть сохранена главная мысль курса: сперва слѣдуетъ практически познакомить со всѣмъ предметомъ, а потомъ переходить къ выработкѣ теорій; для пониманія теорій предмета необходимо также достигнуть умѣнья быстро производить вычисленія и умѣнья приѣмлять дѣйствія къ рѣшенію задачъ. Въ разсматриваемыхъ теперь случаяхъ ходъ занятія, конечно, значительно ускорятся тѣмъ, что учащіеся, благодаря своимъ прежнимъ занятіямъ ариометикой или по своему возрасту, уже не затрудняются простѣйшими вычисленіями. Въ подобныхъ случаяхъ, чтобы выполнить планъ курса и достигнуть цѣли, мы совѣтуемъ всетаки прежде всего остановиться на упражненіяхъ въ рѣшеніи задачъ съ небольшими числами, чтобы приучить учащихся къ быстротѣ вычисленій, развить въ нихъ умѣнье давать отчетъ въ томъ, что они дѣлаютъ и умѣнье слѣдить за мыслью объясненія. Когда это будетъ достигнуто—слѣдуетъ переходить къ выработкѣ опредѣленій дѣйствій и далѣе по плану. (Съ употребленіемъ дробей точно также слѣдуетъ знакомить постепенно при упражненіяхъ въ производствѣ вычисленій, а потомъ переходить къ выводу правилъ).

Чтобы лучше выяснитъ мысль предлагаемаго курса, выработаннаго, замѣтимъ кстати, путемъ опыта, присоединяю къ первой части еще одну главу.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ.

Краткій очеркъ различныхъ системъ курса, предложенныхъ въ русскихъ руководствахъ къ преподаванію ариѳметики.

Мы сходимся со многими авторами руководствъ къ преподаванію ариѳметики въ основныхъ чертахъ курса (наглядность первоначальныхъ упражненій, ограниченіе ихъ въ первое время небольшими числами, совмѣстное ознакомленіе со всеми 4 дѣйствіями и необходимость задачъ для усвоенія пройденнаго), хотя въ пониманіи каждой изъ нихъ и значеніи каждой въ ряду другихъ сильно расходимся. Для болѣе полнаго разъясненія дѣла я считаю полезнымъ указать теперь кратко на особенности наиболѣе вѣзавшихъ на учащихся руководствъ.

Авторы многихъ руководствъ къ преподаванію считали необходимымъ *изученіе чиселъ* *), понимая подъ этимъ наглядное (при помощи пособій) усвоеніе всѣхъ отношеній взятаго числа ко всѣмъ предыдущимъ; но въ выборѣ упражненій и значеній, придаваемыхъ упражненіямъ каждаго рода, авторы значительно расходятся. Прежде всего разногласіе существуетъ по вопросу о томъ, слѣдуетъ ли отношенія чиселъ изучать путемъ рѣшенія вопросовъ и задачъ, или они должны быть прежде усвоены на наглядныхъ пособіяхъ и потомъ приложены къ задачамъ. Во-вторыхъ, разногласіе существуетъ относительно того, насколько далеко должно простирается изученіе отдѣльныхъ чиселъ; въ третьихъ - въ вопросѣ: насколько многочисленны и насколько разнообразны должны быть упражненія съ дробями? Кромѣ указанныхъ главнѣйшихъ разногласій существуютъ еще второстепенныя. (Напр., по вопросу о томъ, когда слѣдуетъ познакомить дѣтей съ цифрами: въ самомъ началѣ занятій ариѳметикой или же лучше знакомить съ цифрами позже и т. п.). Къ сожалѣнію, общая цѣль упражненій часто тервется изъ виду изъ за увлеченія упражненіями какого-

*) Въ печати не разъ было высказываемо, что изученія отдѣльныхъ чиселъ не должно быть, но большая часть руководствъ къ преподаванію опирается на такіе именно взгляды.

нибудь одного рода; кроме того мало обращается вниманія вообще на необходимость постепенной выработки теорій.

Самымъ важнымъ вопросомъ, по моему мнѣнью, является вопросъ о томъ, слѣдуетъ-ли сперва заставить учениковъ при помощи наглядныхъ пособій усвоить отношенія новаго числа ко всемъ предыдущимъ, а потомъ приобщить ихъ къ задачамъ, или же слѣдуетъ и съ самыми отвлеченными числами знакомить путемъ рѣшенія задачъ. Г. Евтушевскій *), авторъ наиболѣе полного и самостоятельнаго изъ сочиненій о преподаваніи ариметики (напечатанныхъ на русскомъ языкѣ), изходитъ наиболѣе удобнымъ дать ученикамъ наглядную таблицу разложеній числа на слагаемыя. (Отнять числа изъ единицы, изъ двоекъ, троекъ и т. д., изъ каждаго числа по порядку до даннаго числа; если данное число заключается въ себѣ меньшее число не дѣлаетъ число разъ, то наиболѣе слагаемое указывается отдельно. Составъ числа изъ другихъ чиселъ выражается не цифрами, а предметами, наглядными пособиями; каждое слагаемое выражается группой предметовъ, помѣщенныхъ на некоторомъ разстояніи отъ другихъ. По этой таблицѣ ученики должны опредѣлять, сколько разъ каждое изъ меньшихъ чиселъ содержится въ данномъ, сколько останется отъ даннаго, если отнять отъ него меньшее число одинъ или нѣсколько разъ и т. д., т. е. должны *читать* результаты каждаго изъ дѣйствій, производимыхъ надъ даннымъ числомъ. Эту таблицу ученики должны настолько усвоить, чтобы даннаго требуемыя отвѣты уже не видя передъ собою наглядныхъ пособій. Къ задачамъ ученики приступаютъ только тогда, когда могутъ сдѣлать каждое изъ дѣйствій надъ даннымъ числомъ; другими словами, усвоеніи отношенія чиселъ „прилагаются къ рѣшенію задачъ“, какъ выражается и самъ авторъ. Я считаю такую постановку дѣл. ошибочною. Цѣль занятій перваго времени обученія — ознакомить со всемъ предметомъ практически, заставивъ учащихся обратить вниманіе на то, что они дѣлаютъ съ числами безсознательно, и высказать сознательное; если ученикъ будетъ отчетливо понимать каждое упражненіе въ отдельности (и докажетъ это умѣньемъ объяснить все, что дѣлаетъ), то можетъ потомъ сознательно обобщить, проиден-

*) Методика ариметики, сост. Евтушевскій.

ное. пойметъ теорію предмета и, работая такимъ образомъ, будетъ приучаться правильно дѣлать выводы, т. е. будетъ привыкать съ правильною умственной работѣ. Но чтобы для ученика въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ ясно было, какое вычисленіе дѣлается и какая его цѣль (или смыслъ), весьма важно, чтобы въ даваемыхъ примѣрахъ дѣйствія производились надъ именованными числами, или надъ числами, относящимися къ какимъ-нибудь предметамъ, но не отвлеченными: только тогда можно разсчитывать, что смыслъ дѣлаемого вычисленія будетъ понятенъ ученику и вычисленіе будетъ его интересовать. Надо помнить, что дѣти никогда не думаютъ отвѣчая, потому что почти не упражнялись въ этомъ; а такъ какъ они еще не привыкли къ отвлеченнымъ соображеніямъ, то мало и интересуются ими, тѣмъ болѣе, что подобныя упражненія требуютъ отъ нихъ болѣе сосредоточенности, а они не привыкли къ ней и все окружающее легко ихъ развлекло. Ребенокъ начинаетъ интересоваться отвлеченными арифметическими вычисленіями тогда, когда въ состояніи производить ихъ довольно легко и чувствуетъ, что можетъ дѣлать новую работу, т. е. сознаетъ свои умственные усилія; этого-то сознания и побуждаетъ его къ дальнейшей работѣ и составляетъ причину охоты къ занятиямъ. На этомъ основаніи я и считаю необходимымъ знакомить учащихся съ означенными числами на примѣрахъ съ именованными или съ конкретными (т. е. къ которымъ присоединяется названіе какихъ-либо предметовъ) числами; освѣщенія же вычисленія должны даваться какъ вышнѣ изъ предыдущихъ вычисленій съ именованными и конкретными числами, т. е. умѣние отвѣченно вычислять должно быть результатомъ предыдущихъ упражненій съ конкретными числами.

Кромѣ того слѣдуетъ сказать, что система изученія чиселъ г. Ефтушевскаго страдаетъ и другими недостатками. За „основное начало изученія каждаго числа“ онъ принимаетъ разложеніе числа на слагаема, такъ какъ думаетъ, что все арифметическія дѣйствія могутъ быть замѣнены однимъ дѣйствіемъ - сложеніемъ. Я не стану здѣсь доказывать ошибочность подобнаго взгляда въ теоретическомъ отношеніи: это завлекло-бы меня въ сторону достаточно сказать, что онъ приводитъ г. Ефтушевскаго къ педагогической ошибкѣ. Требуя отъ учениковъ заучиванія таблички раз-

ложенія числа на слагаемыя и требуя, чтобы дѣти по этой табличкѣ находили результаты всѣхъ 4 дѣйствій надъ взятымъ („изучаемымъ“) числомъ, въ надеждѣ, что всѣ дѣйствія явятся въ глазахъ учениковъ „какъ упрощенія одного [основнаго] дѣйствія“ (т. е. сложенія), этимъ самымъ г. Евтушевскій заставляеть учениковъ останавливаться на обобщеніи, прежде чѣмъ они усвоятъ частные случаи, т. е. каждое дѣйствіе въ отдѣльности, другими словами, способствуетъ *смысленію* всѣхъ представленій о дѣйствіяхъ; этимъ самымъ, вмѣсто того, чтобы обратить вниманіе учениковъ на то, что они знали и прежде, и довести до сознательнаго отношенія къ извѣстному *), г. Евтушевскій заставляеть дѣтей учить искусственно придуманныя таблички, о которыхъ прежде ученикъ, разумѣется, не имѣлъ никакого понятія. Если въ школѣ прежде всего заставляютъ дѣтей обратить вниманіе на окружающее и на то, что имъ уже извѣстно, и заставляютъ сознательно отнестись ко всему этому, то мысль учащихся сильно возбуждается: они открываютъ новый смыслъ въ томъ, къ чему уже стали относиться невнимательно, что считали извѣстнымъ; это возбуждаетъ интересъ учащихся и сразу ставитъ ихъ въ правильныя отношенія къ обученію. Если-же занятія въ школѣ начинаются съ искусственно придуманныхъ упражненій, совершенно чуждыхъ прежде дѣтямъ, то учащимся всегда невольно кажется, что въ школѣ учатъ чему-то особенному, существующему только въ школѣ и потому уже мало понятному, подобно тому, какъ физическія явленія, показываемыя на сложныхъ приборахъ, кажутся учащимся происходящими только въ этихъ приборахъ, а не въ природѣ, т. е. представляются чѣмъ-то въ родѣ искуснаго фокуса. При такихъ условіяхъ ученики сразу становятся въ неправильное отношеніе къ учебнымъ предметамъ и гораздо больше затрудняются, чѣмъ затруднялись-бы при другихъ условіяхъ. Чѣмъ искусствен-

*) Нѣтъ сомнѣнія, что каждый ученикъ (за весьма рѣдкими только исключеніями), поступающій въ школу, имѣетъ уже представленія о каждомъ изъ четырехъ дѣйствій; это доказывается тѣмъ, что онъ понимаетъ выраженія: прибавь къ двумъ камешкамъ еще два, сколько получится? возьми 4 раза по два яблока; сколько у тебя ихъ будетъ? раздѣли 6 пряниковъ на троихъ; сколько достанется каждому? Представленія о дѣйствіяхъ вырабатываются жизнью.

иѣе употребляемые приемы (особенно при первоначальномъ обученіи), тѣмъ сильнѣе можетъ обнаружиться такая неправильность.

Работа, предлагаемая г. Евтушевымъ при изученіи числа, благодаря употребляемымъ имъ табличкамъ разложенія и изученію состава числа на отвлеченныхъ примѣрахъ („выводы“ изъ таблички, представляющие рядъ „вопросовъ на дѣйствія“ съ отвлеченными числами), очень отвлеченна, а потому утомительна и суха, слѣдовательно и скучна (Наглядно составляется только таблица, дальнѣйшія упражненія должны „вытекать“ изъ этой таблички).

Когда ученики пройдутъ нѣсколько чиселъ (напр., дойдутъ до 20-ти), то у нихъ должны сохраняться представленія табличекъ разложенія на слагаемыя каждаго изъ 20 чиселъ; а такъ какъ въ дѣйствія „выводятся“ изъ сложенія и потому Евтушевскій не даетъ ученикамъ никакихъ приемовъ вычисленій (результатъ дѣйствія виденъ изъ таблички разложенія на слагаемыя), то въ случаѣ забвенія таблички ребенокъ не имѣетъ возможности найти результатъ требуемаго дѣйствія, если только самъ не изобрѣлъ какихъ-нибудь приемовъ вычисленій. На практикѣ, конечно, оказывается, что не только отчетливо представлять, но даже и *запомнить* таблички разложенія на слагаемыя даже и двадцати чиселъ нѣтъ возможности.

Но самъ г. Евтушевскій, оканчивая описаніе упражненій съ первыми двадцатью числами, говоритъ, что результатомъ занятій должно быть знакомство „съ главнѣйшими основными приемами вычисленій“, хотя при описаніи самыхъ упражненій не дѣлаетъ никакихъ указаній на то, какъ указать эти приемы ученикамъ, и не смотря на то, что ознакомленіе съ приемами вычисленій совершенно противорѣчиво-бы значенію таблицъ разложенія чиселъ на слагаемыя.

Но, употребляя таблички разложенія чиселъ на слагаемыя, Евтушевскій легко могъ достигнуть установленія простоты и ясности системы упражненій, одинаково продѣлываемыхъ надъ каждымъ числомъ, а потому его система легко можетъ быть усвоена каждымъ начинающимъ преподавателемъ, что и было одною изъ причинъ быстрого распространенія книги г. Евтушевскаго въ на-

чальных шагах *), книги тѣмъ болѣе удобной для употребленія, что всѣ упражненія надъ каждымъ числомъ въ отдельности описываются въ ней довольно подробно. Нѣтъ сомнѣнія, что отчетливость важнаго урока и строгость системы упражненій играютъ очень важную роль въ преподаваніи; необходимо даже, чтобы самъ ученикъ вслѣдъ сознавалъ, что сдѣлано на урокъ, а также и за все время занятій, такъ какъ только при этомъ условіи мысль его будетъ всегда ясна и сознание своей работы будетъ удовлетворять его стремленію къ дѣятельности, его потребности въ созданіи своей силы: во всякой системѣ, какъ бы она ни была ясна, можетъ быть хороша только тогда, если она естественна, соответствуетъ содержанию дѣятельныхъ занятій и дѣламъ школьной работы: обученію правильной умственной работы (посредствомъ усвоенія предлагаемаго учебнаго матеріала). Система упражненій съ первыми 20-ю числами отъ 1 и далѣе, предлагаемая г. Егтушевскимъ, мнѣ полюбилась въ дѣтальныхъ занятіяхъ ариметикой, потому что не помогаетъ различію дѣйствій (которое достигается только при помощи задачъ, сопровождающихъ изученіе отвлеченныхъ чиселъ) и не знакомитъ съ приемами производства дѣйствій надъ числами, состоящими изъ единицъ различныхъ разрядовъ, тогда какъ то и другое необходимо при выполненіи дѣйствій надъ большими числами; замѣна дѣйствій надъ ними сложеньемъ практически невозможна и каждое дѣйствіе надъ многозначными числами производима по разрядамъ. Однимъ словомъ, система изученія чиселъ г. Егтушевскаго болѣе легка и удобна для учителя, чѣмъ для ученика.

Книга г. Егтушевскаго почти совершенно вытѣснила изъ употребленія книгу г. Паульсона**), благодаря приложенію которой новый методъ преподаванія ариметики впервые сталъ распространяться въ Россіи (съ 1860 г.). Одною изъ важнѣйшихъ причинъ такой замѣны, по моему мнѣнію, была именно большая определенность и ясность предложенной г. Егтушевскимъ системы упражненій, что сдѣлало книгу очень удобной для употребленія; глав-

* Эдѣсь слѣдуетъ замѣтить, что разсматриваемая теперь часть книги Егтушевскаго—одна изъ слабѣйшихъ частей книги.

**) Ариметика по способу Грубе, Паульсона.

нѣшняя же основанія метода въ обѣихъ книгахъ очень сходны, какъ уже и говорилось прежде.

Въ руководствѣ Паульсона числа также изучаются каждое въ отдельности, но съ отношеніями чиселъ и результатами дѣйствій надъ ними онѣ знакомы посредствомъ практическихъ вычисленій, облеченныхъ въ форму задачъ. Это большое преимущество системы Паульсона; дѣйствіе, которое надо сдѣлать для рѣшенія задачи, укрупняется само постановкой вопроса, а потому ученики ясно видятъ смыслъ дѣйствія и пріучаются различать дѣйствія; начало занятій съ рѣшенія практическихъ вопросовъ естественно начало занятій арифметикой. Однакоже пользоваться книгой г. Паульсона начинающему учителю довольно трудно, потому что предлагаемую имъ систему упражненій не такъ легко прослѣдить, какъ системе г. Евтушевскаго, но такъ легко ее выполнить; та и вообще на разъясненіе общей мысли курса г. Паульсонъ удѣлялъ очень немного мѣста, хотя и предназначалъ книгу «для людей, не имѣющихъ большаго навыка въ преподаваніи» *)

Въ большинствѣ другихъ руководствъ къ преподаванію арифметики также изучаются отдѣльные числа, но такъ какъ въ нихъ ничего почти не говорится о руководящей мысли курса, а все дѣло ограничивается описаніемъ упражненій, то и говорить о нихъ подробно я не буду. Упомяну о книгѣ г. Наторскаго. Предлагаемая въ ней система упражненій крайне односторонняя и утомительная, такъ какъ каждое изъ первыхъ 100 чиселъ изучается по одной и той же формѣ, и это продолжается 2—3 года; однакоже нельзя отнять отъ нея определенности, терпѣнія и даже въ упорную неизмѣняемость до самаго конца, не смотря на три года занятій. Г. Наторскій также начиналъ изученіе числа съ практическихъ вычисленій (какъ и Паульсонъ), но потомъ быстро переходить къ составленію таблички результатовъ дѣйствій надъ даннымъ числомъ, т. е. не придерживается первоначальнаго направленія упражненій, хотя позже даетъ большое количество задачъ. Изученіе каждаго числа у г. Наторскаго крайне усложняется вѣдѣніемъ одновременнаго ознакомленія учащихся съ соответствен-

* Замѣчу здѣсь, что въ дальнейшихъ частяхъ курса книги г. Паульсона слабѣе книги г. Евтушевскаго.

ными долями числа (при изученіи двухъ — половины, трехъ — трети и т. д.).

Итакъ, въ большинствѣ руководствъ къ преподаванію ариметики первоначальныя занятія арифметикой лишь *сопровождаются* рѣшеніемъ задачъ, почему задачи даются *послѣ* изученія числа, тогда какъ, по моему мнѣнію, въ первое время занятія арифметикой должны *основываться* на рѣшеніи задачъ, такъ какъ слѣдуетъ начинать съ того, что извѣстно и *вполнѣ* понятно ученику. Книга г. Паульсона больше всѣхъ удовлетворяетъ такому требованію.

Авторы разсмотрѣнныхъ руководствъ, какъ видно изъ предыдущаго, находятъ нужнымъ вести изученіе отдѣльныхъ чиселъ, хотя никто изъ нихъ не объясняетъ, почему именно нужно изучать *каждое* число въ отдѣльности; обыкновенно говорится только о томъ, почему нужно начинать обученіе арифметикѣ съ чиселъ первой сотни и на упражненіяхъ съ ними познакомить со всѣмъ [предметомъ].

Въ первыхъ двухъ главахъ я подробно объяснилъ, почему необходимо поступать такимъ образомъ; но для достиженія выказанной цѣли вовсе нѣтъ необходимости въ изученіи отдѣльныхъ чиселъ, какъ это думаютъ г. Паульсонъ и другіе; важно только одно: довести учащихся до сознательнаго усвоенія предмета и при этомъ научить правильно дѣлать выводы. Нѣкоторые авторы до такой степени увлекаются изученіемъ отдѣльныхъ чиселъ, что въ продолженіи 2—3 лѣтъ исключительно только эгимъ и занимаются, какъ, напримѣръ, г. Нагорскій *), который одинаково ведетъ какъ изученіе числа 4 въ первый годъ занятій, такъ и числа, напримѣръ, 96 во время 3-го года занятій.

Какое же значеніе могутъ имѣть занятія, при которыхъ учащіеся въ продолженіи трехъ лѣтъ дѣлаютъ все одно и то же? Г. Еггшювскій не до такой степени увлекается изученіемъ чиселъ: подробно разсмотрѣвъ каждое изъ первыхъ двадцати, остальные числа первой сотни онъ разсматриваетъ менѣе подробно и вообще нѣсколько иначе ведетъ работу. Чѣмъ можетъ быть полезно изученіе чиселъ и чѣмъ опредѣляется предѣлъ, до котораго полезно доходить въ изученіи отдѣльныхъ чиселъ—говорилось въ первой главѣ.

*) Наглядная арифметика Нагорскаго. Сиб. 1875 г.

При занятіяхъ съ очень мало развитыми дѣтьми употребленіе цифръ и записываніе примѣровъ цифрами въ первое время занятій, по мнѣнію нѣкоторыхъ преподавателей, можетъ вызвать въ головѣ ученика смѣшеніе понятій о числѣ и о цифрѣ. Особенно сильно настаиваетъ на этомъ г. Евтушевскій и потому совѣтуетъ знакомить съ цифрами только по изученіи чиселъ перваго десятка. Другіе же вводятъ цифры съ самаго начала занятій (Нагорскій) и даже стараются выслѣпить различіе цифры отъ знака (Паульсонъ, который знакомитъ учениковъ съ цифрами послѣ изученія первыхъ трехъ чиселъ). Смѣшеніе числа съ цифрой, дѣйствительно, очень возможно, и потому лучше знакомить съ цифрами послѣ того, какъ учащіеся уже будутъ знакомы съ умственными вычислениями: при этомъ условіи учащіеся, привыкнувъ къ употребленію чиселъ и увидѣвъ ихъ значеніе раньше, чѣмъ познакомятся съ цифрами, будутъ смотрѣть на записываніе чиселъ и вычислений какъ на нѣчто новое, и это предохранитъ ихъ отъ ошибки. Но назначать, послѣ какого именно числа слѣдуетъ вводить цифры—вовсе нѣтъ надобности, важно только одно: отдѣлить представленіе о цифрѣ отъ представленія о числѣ, отдѣльно остановиться на тѣхъ и другихъ. Разъяснить же различіе цифры и числа нужно позже и дѣйствуя очень осторожно, указывая только, что цифрой обозначаютъ число, но цифры, изображающія одно и тоже число, могутъ быть различны (цифры на часахъ и т. п.), что цифры значки, которыми обозначаются числа и т. п., т. е. разъяснять понятія слѣдуетъ указаніями на практическіе примѣры и сравненіями, но не слѣдуетъ *излагать* дѣтямъ своихъ объясненій.¹

Съ именowanными числами многіе авторы совѣтуютъ знакомить постепенно во время изученія чиселъ первой сотни. Нѣкоторые знакомятъ съ ними позже. Употребленіе именowanныхъ чиселъ много разнообразитъ и оживляетъ содержаніе упражненій всякаго рода (въ томъ числѣ и задачъ) и придаетъ имъ большую ясность; знакомство съ именowanными числами имѣетъ и практическое значеніе, полезно и для послѣдующихъ теоретическихъ разъясненій; сами по себѣ дѣйствія надъ именowanными числами никакихъ затрудненій не представляютъ. Всѣ эти доводы клонятся къ признанію полезности введенія именowanныхъ чиселъ еще въ то вре-

мя, когда вычисления дѣлаются только надъ числами первой сотни, и даже съ первыхъ уроковъ ариметики.

Третій существенный пунктъ разбора сей «вопросъ о томъ, какого рода и въ какомъ количествѣ должны вводиться упражненія съ дробями при изученіи чиселъ первой сотни. Составители разсмотрѣнныхъ руководствъ совѣтуютъ знакомить съ дробями уже въ началѣ занятій, но характеръ предлагаемыхъ упражненій весьма различенъ. Г. Ештушевскій при изученіи отдѣльныхъ чиселъ знакомитъ только съ такими длями изучаемыхъ чиселъ, которыя представляютъ собою цѣлыя числа; такія вычисления, конечно, не затрудняютъ ученика; но очень жаль, что въслѣдствіи г. Ештушевскаго почти совсѣмъ забывается о дробяхъ до предѣла года, когда начинается курсъ дробей, и тогда уже исключительно занимается дробями. Дѣтямъ всегда довольно трудно освоиться съ дробями, если они заранее не привыкли къ вычислениямъ съ ними; затрудненіе учащихся зависитъ отъ боюзнато разнообразія вычисления съ дробными числами (потому они въ первое время кажутся запутанными) и отъ необходимости измѣнять нѣсколько сложившіеся уже понятія о дѣйствіяхъ. Единственное средство предупредить затрудненія—постепенно готовить къ дѣйствіямъ надъ дробями, чтобы ученики успѣвали постепенно освоиться съ упражненіями одного рода прежде, чѣмъ перейти къ другимъ и, постоянно применяя усвоенныя понятія о дѣйствіяхъ къ дробямъ, привыкли смотреть на вычисления съ дробями какъ на тѣ же дѣйствія, что и надъ цѣлыми числами. Необходимое разнообразіе упражненій съ дробями заставило г. Ештушевскаго на третій годъ занятій опять обратиться къ нагляднымъ пособіямъ и выносить изъ нихъ шагъ за шагомъ каждое новое упражненіе. Этимъ самымъ, по моему мнѣнію, признается неудовлетворительность такихъ упражненій: къ чему же тогда служить всѣ прежнія занятія ариметикой (въ 1-й и 2-й классѣ), если новаго рода упражненія приходится выяснять опять такимъ же способомъ, какимъ выясняли самыя первыя упражненія? Неужели два съ половиною года занятій не въ состояніи научить дѣтей сколько-нибудь разсуждать? Необходимость постоянного употребленія наглядныхъ пособій во время занятій съ дробями, повторяю, зависитъ только отъ неправильнаго распределенія занятій: въслѣдствіе этого только упражненія съ дробями кажутся запутанными, сбивчивыми.

Г. Паульсонъ, при изученіи отдѣльныхъ чиселъ, вводитъ нѣкоторыя упражненія съ дробями, но хотя и знакомитъ съ обозначеніемъ дробей, однако почти всегда ограничивается нахожденіемъ только такихъ долей, которыя сами представляютъ цѣлыя числа (находить *цѣлыя части* чиселъ, какъ обыкновенно говорятъ). Поставъ изученія чиселъ перваго десятка, вмѣсто того, чтобы увеличить количество упражненій съ дробями и болѣе разнообразить упражненія, г. Паульсонъ также почти забываетъ о дробяхъ до третьяго года занятій, когда начинается курсъ дробей. Но г. Паульсонъ (въ этой части его книги представляется почти буквально переводъ книги Грубе: „Руководство къ начальной арифметикѣ въ элементарной школѣ“) даетъ курсъ еще гораздо болѣе слабій, чѣмъ курсъ дробей г. Евтушевича. У г. Паульсона курсъ дробей начинается изученіемъ каждой изъ шести долей (доляхъ) въ отдѣльности, и изученіе ихъ ведется въ такомъ же порядкѣ, какъ и чиселъ перваго десятка. Но разсматривъ седьмыя доли, г. Паульсонъ, следуя Грубе, вдругъ прерываетъ изученіе отдѣльныхъ долей, называя учащихся развитыми и способными непосредственно слѣдить за изложеніемъ предмета, способными усвоить объясненія своего за дробей и дѣйствій надъ ними. Но отчего именно нужно изучить ни болѣе, ни менѣ какъ седьмыя доли—остается неизвѣстнымъ. Думать, что ученики вдругъ могутъ слѣдять за изложеніемъ учителя—совершенно неосновательно; одно изъ двухъ: или переходъ къ новому роду работъ будетъ для учениковъ невозможенъ, или упражненія, предшествующія этому рѣзкому переходу, совсѣмъ ненужны.

Г. Нагорскій впасть въ противоположную крайность и трудно рѣшить, которая изъ нихъ хуже. Онъ при изученіи каждого числа, начиная съ двухъ и доходя до 16, знакомитъ учащихся съ соответственными долями, т. е. при изученіи 2 съ $\frac{1}{2}$, при изученіи 3 съ $\frac{1}{3}$ и т. д. Онъ не только находитъ такіе доли изучаемыхъ чиселъ, которыя выражаются цѣлымъ числомъ, но производитъ всѣ дѣйствія надъ дробями, при сложеніи и вычитаніи приводитъ дроби къ одному знаменателю, умножаетъ дробь на дробь, однимъ словомъ изучаетъ настолько же подробно, насколько и цѣлыя числа.

Ученики должны страшно затрудняться такой громадной массой разнообразных упражненій и, не будучи въ состояніи отчетливо понять дѣло, поневолѣ должны брать памятью. Между тѣмъ въ числѣ предлагаемыхъ упражненій много есть такихъ, которыя сами по себѣ хороши и могли-бы быть полезны, если ихъ предложить во время, не обременяя учениковъ. Если же все эти упражненія собрать вмѣстѣ и дать ихъ начинающему ученику, какъ это дѣлаетъ г. Нагорскій (да исключитъ всякія объясненія въ продолженіи грехъ лѣтъ), то они задаютъ мысль ученика, уничтожаютъ самостоятельность работы и развиваютъ лишь механизмъ вычисленій. Авторъ говоритъ въ предисловіи къ своей книгѣ: „хотя я старался сдѣлать это руководство вполне понятнымъ для всѣхъ, но, чтобы имѣть возможность *устранить разомъ все* утомительныя для читателя *показанія и поясненія* и точно указать весь ходъ преподаванія, я рассмотрю здѣсь число 12 и дѣлѣнадцатая доли“. Изъ этихъ словъ видно, что г. Нагорскій считаетъ *утомительнымъ* объясненіе характера и плана курса и даетъ только *описаніе* упражненій, дѣлаемыхъ при изученіи числа; такъ какъ для объясненія характера *всего* курса, продолжающагося три года, авторъ считаетъ вполне достаточнымъ подробно указать ходъ изученія числа 12, изучаемаго въ началѣ курса, то это показываетъ, что, по сознанію самого автора, въ 3-лѣнемъ курсѣ ничего другаго и не заключается. (Описаніе хода занятій при изученіи числа 12 также никакихъ объясненій въ себѣ не заключаетъ). Понятно, что довольствуясь всегда однимъ производствомъ вычисленія, не понимая необходимости познакомить дѣтей съ теоріей предмета, необходимости пройги *арифметику*, а не придуманнаго имъ упражненія, авторъ можетъ находить удовлетворительными тѣ знанія учениковъ, которыя могутъ быть приобретены ими при занятіяхъ по его курсу.

Вообще слѣдуетъ замѣтить, что только такой курсъ арифметики можно считать хорошимъ, который построенъ на разнообразныхъ упражненіяхъ, постоянно измѣняющихъ свою форму по мѣрѣ движенія курса: только при этомъ условіи возможно хорошо познакомить учащихся какъ съ практической, такъ и съ теоретической стороною дѣла и поддерживать въ нихъ интересъ къ занятіямъ; никакія упражненія не могутъ одинаково хорошо со-

дѣйствовать развитію той и другой стороны дѣла, тѣмъ болѣе, если они ведутся все въ одной и той же формѣ. Увлеченіе упражненіями какого-нибудь одного рода встрѣчается очень часто.

Кромѣ названныхъ выше руководствъ слѣдуетъ еще указать на „Практическую ариметику“ Гурьева, „Азбуку“ гр. А. Толстого и „Методику ариметики“ Гольденберга, которыя отличаются отъ упомянутыхъ выше руководствъ.

Книга Гурьева первоначально была издана еще въ 1839 г.; тогда она была почти единственнымъ руководствомъ къ преподаванію ариметики, и для своего времени хорошимъ руководствомъ, исполненіе соѣтвъ котораго могло улучшить распространенные въ то время приемы преподаванія. Вновь издана она въ 1861 г., а въ 1880 г. вышла первая часть 3-мъ изданіемъ Книги Гурьева нельзя давать въ руки маленькимъ дѣтямъ: они запутаются въ описаніи множества упражненій; скорѣе всего она можетъ служить (особенно вторая часть, гдѣ говорится о дробяхъ) руководствомъ для самообученія, такъ какъ авторъ очень много старался предусмотрѣть все, даже мелкіе случаи, старался предугадать всѣ затрудненія учащихся; но для такихъ учащихся есть много ненужнаго въ книгѣ, именно соѣтвы, обращенные къ учителю, соѣтвы, которые составляютъ большую долю первой части. Но и для учителей эта книга въ настоящее время имѣетъ мало значенія: многого нѣтъ въ ней, они не найдутъ въ книгѣ, и не мало найдутъ соѣтвъ ненужнаго.

Гурьевъ не разсматриваетъ отдѣльныхъ чиселъ, но во время занятія съ числами дѣлаетъ десятка онъ выводитъ только въ дѣйствіи, сложене и вычитаніе, съторжественно, знакомить далеко не со всѣмъ предметомъ: это — очень большой недостатокъ. Кромѣ того, г. Гурьевъ, желая вышестъ дѣтямъ вычисленіе или какое-нибудь другое дѣйствіе, старается привести всѣ возможные случаи, хоть сколько-нибудь разнятся другъ отъ друга по выраженію цѣли дѣйствія (десять больше 2—въ остаткѣ 8, вычитя 3 изъ 10 получимъ 7, число семь двумя единицами больше 5, между 7 и 8 разность есть единица, 8 одною меньше 9 и т. д.), и при этомъ дѣлаетъ вторую важную ошибку: всѣ эти примѣры онъ приводитъ и разбираетъ подрядъ, даже не придавая имъ формы задачъ; дѣти, поэтому, не сами наталкиваются на всѣ эти случаи, не усваиваютъ

ихъ путемъ наблюденія, а должны запомнить ихъ: другаго средства въ подобныхъ случаяхъ нѣтъ. Этотъ недостатокъ еще болѣе усиливается тѣмъ, что г. Гурьевъ даетъ слишкомъ ужъ подробныя объясненія и этимъ самую мѣшаетъ ученикамъ различать, что особенно важно, что менѣе важно, такъ какъ обо всемъ говорится одинаково подробно, мѣшаетъ имъ думать. Теорія ариметики не высказывается опредѣленно и послѣдовательно, а растянута на двѣ большихъ книги (всего болѣе 300 страницъ), поэтому-то книга Гурьева и не можетъ быть учебникомъ. Но книга г. Гурьева имѣетъ и хорошія стороны. Авторъ ея не увлекается изученіемъ чиселъ и обращаетъ вниманіе на приемы вычисленій. Другая хорошая сторона книги та, что, познакомивъ съ дробями въ первое время обученія, Гурьевъ не забываетъ о нихъ впоследствии, какъ это часто дѣлаютъ другіе, а постепенно вводитъ новыя упражненія, такъ что ко времени перехода къ курсу дробей (т. е. изложенію опредѣленій и правилъ) ученики будутъ значительно подготовлены къ нему.

Вообще-же говоря основная мысль книги, какъ высказывается ее авторъ въ предисловіи, довольно близка къ основнымъ положеніямъ метода преподаванія ариметики, высказаннымъ въ первой главѣ нашей книги (главнѣйшія особенности упомянуты). Въ частныхъ своихъ соображеніяхъ, въ исполненіи метода г. Гурьева, къ сожалѣнію, постоянно себя противорѣчитъ.

Мысль о необходимости начинать занятія ариметикой съ упражненій надъ небольшими числами и знакомить съ содержаниемъ всего предмета (т. е. со всеми дѣйствіями) въ возможно короткое время—настолько проста и естественна, что ей поддаются повольно даже противники того метода, основныя положенія котораго были высказаны въ первой главѣ.

Особенно любопытно видѣть это въ книгѣ г. Л. Н. Толстого *), наиболѣе горячаго противника принимаемаго нами метода. Возставая вообще противъ метода Грубе (и противъ русскихъ его послѣдователей, особенно противъ г. Евтушевскаго, какъ метода, построеннаго, по его мнѣнію, на теоретическихъ соображеніяхъ, г. Толстой приводитъ свою теорію преподаванія; говоря, что

*) „Азбука“ г. Л. Н. Толстого.

„единственнымъ методомъ долженъ быть опытъ“, а свобода— единственнымъ руководящимъ началомъ педагогики, гр. Толстой въ то же время подробно указываетъ въ какомъ порядкѣ необходимо вести занятія и какъ слѣдуетъ выражать объясненія — сильно себя противорѣчить.

Гр. Толстой начинаетъ занятія арифметикой съ упражненій въ счисленіи. Поучаемыя при счетѣ числа онъ выражаетъ сперва словесно, потомъ славянскими цифрами и римскими цифрами, откладываетъ получаемыя числа на счетахъ и, наконецъ, выражаетъ ихъ арабскими цифрами.

Цѣль этихъ упражненій объясняется въ наставленіяхъ для учителей, помѣщенныхъ въ той-же азбукѣ.

„Тотъ, кто умѣетъ считать впередъ и назадъ до ста, говорить гр. Толстой, тотъ въ головѣ дѣлаетъ и сложеніе, и вычитаніе, и умноженіе, и дѣленіе, и возвышеніе въ степень, и извлеченіе корней“. Это большая ошибка. При счетѣ „впередъ и назадъ“ никакихъ дѣйствій вовсе не производится, хотя при счетѣ можно замѣтить, когда числа очень не велики, результаты названныхъ дѣйствій; это всего лучше доказывается тѣмъ, что не только дѣти, но и взрослые, умѣющие считать, далеко не всегда могутъ производить дѣйствія надъ числами; дѣти даже очень часто падаютъ до школы считать до 10, 20 и далѣе, но не умѣютъ находить результатовъ дѣйствій. Самъ гр. Толстой говоритъ въ тѣхъ-же наставленіяхъ, что учить надо „осторожно, объясняя каждое дѣйствіе“. Римскія цифры и счета гр. Толстой вводитъ для большей части упражненій. Чтобы заставить учениковъ хорошо усвоить счисленіе, онъ даетъ очень большое количество упражненій; но при этомъ никакихъ объясненій ученикамъ онъ не даетъ, выводовъ не дѣлаетъ. Онъ ограничивается только тѣмъ, что послѣ длиннаго ряда упражненій въ вычисленіяхъ говоритъ ученикамъ: „если считаешь такъ: два да три будетъ пять, четыре и шесть будетъ десять, то дѣлаешь *сложеніе*; если считаешь такъ: пять безъ двухъ останется три, десять безъ шести останется четыре... то дѣлаешь *вычитаніе*“. Подобнымъ-же образомъ указывается на умноженіе и дѣленіе. Такихъ замѣчаній, конечно, совершенно недостаточно для выясненія *понятій* о дѣйствіяхъ, и при такомъ веденіи дѣла не можетъ развиваться въ учащихся сознательное от-

ношеніе къ работѣ. Между тѣмъ самъ-же гр. Толстой говоритъ, что „сообщеніе вывода тогда, когда ученикъ знаетъ дѣло, *не затруднитъ, а облегчитъ его*“ Но и послѣ этихъ словъ гр. Толстой опять заставляетъ учениковъ дѣлать только механическія упражненія, не заботится объ объясненіи ихъ. Такими противорѣчіями наполнена вся книга.

И такъ, гр. Толстой, не смотря на горячее осужденіе основныхъ началъ распространеннаго въ настоящее время метода преподаванія ариометики, въ сущности пришелъ къ тому, что и самъ ограничиваетъ первыя ариометическія упражненія небольшими числами, придумываетъ для облегченія пониманія ихъ наглядныя пособія и старается отыскать въ счетѣ „впередъ и назадъ до ста“ объединяющее начало всего курса, находитъ необходимыми эти упражненія къ счетѣ именно какъ знакомствія (будто-бы) со всеми ариометическими дѣйствіями, следовательно, считаетъ необходимымъ въ первое-же время занятій познакомить со всеми предметомъ. Все это общепринятая основа метода. Но при выполненіи курса гр. Толстой совершенно теряетъ изъ виду эту мысль, не можетъ сознавъ ее и провести черезъ весь курсъ, а потому постоянно самъ собою противорѣчитъ; онъ не сознаетъ необходимости заставлять работать мысль ученика, и это почти уничтожаетъ полезное вѣдѣніе занятій ариометикой; не будучи самъ послѣдовательнымъ, онъ даетъ и упражненія недостаточно выработанныя, не составляющія стройнаго цѣлаго, хотя между этими упражненіями есть и хорошія, и даже очень хорошія упражненія.

Отъ дѣйствій гр. Толстой переходитъ къ изученію дробей; приемы его при этомъ рѣзко измѣняются. Вѣдѣно того, чтобы давать то прежнему механическія упражненія, говоря о необходимости ограничивать занятія чисто-практическими вычисленіями, гр. Толстой вдругъ переходитъ къ теории и прежде всего объясняетъ, что дроби составляютъ „продолженіе ряда цѣлыхъ чиселъ“, а дроби, имѣющія различныхъ знаменателей суть числа, выраженные по „различнымъ счисленіямъ“. Здѣсь онъ видимо хочетъ провести обобщающее начало всего курса. Но говоря уже о томъ, что такое обобщеніе вовсе не легко дается маленькимъ дѣтямъ, что послѣдніе нѣсколько не подготовлены къ такому обобщенію предыдущими занятіями, такъ какъ гр. Толстой вовсе не училъ ихъ обоб-

щать и даже не давалъ никакихъ объясненій, я укажу только на то, что гр. Толстой впадаетъ въ крупную теоретическую ошибку: дроби нельзя принимать за числа, выраженные по различнымъ системамъ счисления, если числитель больше знаменателя или даже только больше 9 (въ противномъ случаѣ онъ уже непременно выражень по десятичной системѣ). Существованіе ошибки въ объясненіяхъ, разумѣется, не позволяетъ давать основательныя объясненія. А познакомиться съ дробями дѣтямъ гораздо легче непосредственно, чѣмъ знакомиться прежде съ различными счислениями, а потомъ уже съ дробями. Самъ же гр. Толстой говоритъ, что дѣти, поступающія въ школу, всегда уже нѣсколько знакомы съ дробями (съ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$); зачѣмъ-же ввоить нѣкоторые искусственныя, трудныя и ошибочныя объясненія, когда можно воспользоваться уже имѣющимися у дѣтей представленіями о дробяхъ.

Увѣченный выдуманнѣмъ имъ приѣмомъ разсмотрѣнія дробей, гр. Толстой идетъ еще дальше и причисляетъ рядъ очень сложныхъ приѣмовъ вычисленій съ дробями. Достаточно сказать, что вычисленіе общаго знаменателя двухъ дробей занимаетъ у него цѣлую страницу (все мѣсто занято только вычисленіями). Это, впрочемъ, не мешаетъ ему утверждать, что предлагаемый имъ приѣмъ особенно *легко* дается дѣтямъ; намъ же не разъ приходилось убѣждаться, что и взрослые люди, знакомые съ ариметикой и самой разнообразной подготовкой, плохо понимаютъ предлагаемый имъ приѣмъ.

Говоря о различныхъ руководствахъ къ преподаванію арифметики, слѣдуетъ упомянуть еще о руководствахъ, появившемся въ послѣдніе годы, именно о „Методикѣ арифметики“ Гольдсберга. Руководство это несомнѣнно полезно, особенно хорошо равно авторомъ обученіе вычисленіямъ, но основы метода гораздо ближе къ тѣмъ, которые предлагались и раньше, нежели думаетъ самъ авторъ, а потому для выясненія основаній предлагаемаго курса по-добнѣе излагать содержаніе его не видится необходимости.

Теперь я считаю нужнымъ сказать нѣсколько словъ о той системѣ, въ которой, по мнѣнію составителей руководства, слѣдуетъ предлагать дѣтямъ обобщенія.

Во 2-й главѣ я говорилъ, что прежде всего слѣдуетъ остановиться на опредѣленіи понятій о дѣйствіяхъ, какъ важнѣйшихъ арифметическихъ понятіяхъ, и притомъ наиболѣе подготовленныхъ

предыдущими занятіями, такъ что чувствуется потребности въ окончательномъ опредѣленіи ихъ. Вѣтъъ затѣмъ слѣдуетъ остановиться на выработкѣ понятія о системѣ счисленія и указать на значеніе числа; ознакомивъ съ системой счисленія, слѣдуетъ объяснить и производство дѣйствій надъ большими числами. На опредѣленіяхъ дѣйствій выгодно остановиться раньше, чѣмъ на объясненіи системы счисленія, еще и потому, что тогда ученики могутъ хорошо усвоить основанія производства дѣйствій (производство ихъ по разрядамъ и опредѣленіе разряда результата) на вычисленіяхъ съ небольшими числами (двузначными), и когда уже знакомы съ системой счисленія, легко могутъ перейти къ усвоенію механизма дѣйствій надъ большими числами; если же дѣти раньше не усвоятъ основныхъ правилъ производства дѣйствій, то сложность вычисленій съ большими числами настолько затруднитъ учащихся, что они принуждены будутъ усвоить механизмъ дѣйствій путемъ привычки, недостаточно сознательно, или должны будутъ очень долго сидѣть на упражненіяхъ въ производствѣ дѣйствій; единообразіе же занятій всегда дѣйствуетъ угнетительно.

Такого же порядка обобщеній держится и г. Катунешский. Г. Паульсонъ поступаетъ обратнo тому и этимъ много вредитъ курсу; но давая дѣтямъ обобщеній очень долгое время и знакомя прежде всего съ системой счисленія, онъ дѣлаетъ курсъ первыхъ 2-хъ лѣтъ безсодержательнымъ, не доводящимъ учениковъ до яснаго сознанія продолжнаго въ теченіи этихъ 2-хъ лѣтъ, а потому принужденъ давать длинные, скучнѣйшіе и утомительнѣйшіе ряды упражненій въ производствѣ дѣйствій надъ большими числами.

Въ книгѣ г. Курьева, какъ соединяющей съ руководствомъ къ преподаванію учебникъ для самообученія, опредѣленія даются въ томъ же порядкѣ, въ какомъ даются во всѣхъ учебникахъ собственно, но только даются послѣ практическаго ознакомленія читателей съ арифметикой посредствомъ вычисленій съ числами первой сотни.

Въ „Азбукѣ“ г-а Толстаго весь курсъ построенъ на усвоеніи системы счисленія. Счетъ „впередъ и назадъ“ по его мнѣнію въ сущности замѣняетъ все дѣйствія, которыя, поэтому, почти и не объясняются имъ. Отъ практическихъ упражненій въ вычислені-

яхъ гр. Толстой переходитъ прямо къ десятичнымъ дробямъ, рассматривая ихъ „какъ продолженный *десятичные* рядъ счисленій“, а потомъ уже переходитъ къ обыкновеннымъ дробямъ, тоже принимая ихъ за продолжение цѣлыхъ чиселъ, только выраженныхъ „въ разныхъ счисленияхъ“ (съ различнымъ основаніемъ). Мы уже говорили выше, что подобныя объясненія допускають неудобно, такъ какъ они несправедливы. Переходъ отъ практическихъ упражненій къ обобщенію, охватывающему весь курсъ, черезъ рѣзкій и долженъ быть для учащихся тяжелъ для дѣтей, или совсѣмъ невозможенъ для нихъ.

Курсъ дробей поставленъ во всѣхъ руководствахъ неутвержденно. Намъ вѣдомо, что курсъ дробей во всѣхъ руководствахъ слишкомъ обособляется отъ всего остального курса, тогда какъ онъ, подобно другимъ частямъ курса, долженъ вытекать изъ преемствующаго, долженъ зваться обобщеніемъ пройденнаго, и потому долженъ быть подготовляемъ постепенно.

О томъ, какъ довести до конца курсъ арифметики, какъ окончательно выработать теорію говорится только въ книгѣ г. Ефимовскаго, но и то отрывочно и, главное, не особенно удачно. Характеръ работы не измѣняется до самаго конца. Правда, г. Ефимовскій говоритъ въ общихъ примѣчаніяхъ для учителей, что характеръ занятій долженъ измѣниться, но какъ сдѣлать это — не указываетъ, а при объясненіи приемовъ рѣшеній задаетъ на тринадцатомъ правилѣ (въ самомъ концѣ курса) дасть такіе совѣты относительно веденія дѣла, которые не измѣняютъ прежнему характера работы.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

О задачахъ.

Значеніе задачъ въ курсѣ арифметики; основанія подбора задачъ; приемы классной работы; письменныя упражненія.

Выше уже было сказано о важномъ значеніи упражненій въ рѣшеніи задачъ для подготовки учащихся къ теоретическимъ объясненіямъ, для разработки и закрѣпленія пройденнаго и, наконецъ, для развитія въ учащихся навыка пользоваться приобретенными знаніями при самостоятельномъ рѣшеніи вопросовъ, относя-

щихся къ предмету. Такое разнообразное пользованіе задачами при занятіяхъ ариметикой (во веѣхъ отдѣлахъ курса) указываетъ на необходимость особенно тщательной разработки приемовъ работы надъ задачами, и потому мы имъ посвятимъ особую главу.

Но общей мысли курса каждому теоретическому объясненію предшествуетъ практическое ознакомленіе учащихся съ тѣми вѣс-
просами и понятіями, которые потомъ разъясняются теоретически. Напримеръ, прежде чѣмъ перейти къ объясненію того, что мы называемъ сложеньемъ, вычитаньемъ, или вообще дѣйствіемъ, ученикамъ предлагается рядъ такихъ вопросовъ (съ небольшими числами), на которые тѣмъ могутъ отвѣтить ничего не зная объ арифметическихъ дѣйствіяхъ для того, скажемъ, считать два ученика, да на другой три, сколько всего учениковъ сидитъ на скамьяхъ? на лѣвкѣ за бѣлку, которая съ собой три конѣики, дать пяточекъ, сколько ему дано сдачи? и т. п. Отвѣтны на рядъ подобныхъ вопросовъ, учащійся будетъ понимать смыслъ вычисленія и потому сможетъ бѣзъ большихъ затрудненій усвоить *понятіе* о дѣйствіи. Но, чтобы по общимъ упражненіямъ могли привести къ тѣмъ, могли *помочь пониманію* сообщаемыхъ объясненій, *безцѣленно необходимо*, чтобы смыслъ дѣлаемыхъ вычисленій былъ совершенно ясенъ, также указывался смыслъ постановки вопроса, чтобы при рѣшеніи вопроса преподаватели заставляли учащихся разсказывать о томъ, *какъ* они нашли число (а не заставляли бы только давать отвѣтъ, называть искомое число) и объяснять, *что* нужно дѣлать съ числомъ. Такое раздѣленіе упражненія въ объясненіи того, *что* дѣлается съ данными числами отъ того, *какъ* это дѣлается, необходимо для предупрежденія возможности смѣшенія понятій и для приутиленія цѣлей въ сосредоточенно усилии на одномъ вопросе. Можетъ быть некоторымъ покажется, что объяснять все это излишне, что каждый учитель самъ хорошо понимаетъ необходимость раздѣленія труда. На практикѣ, скажу я, одна изъ наиболѣе часто повторяемыхъ ошибокъ стремленіе на разборѣ одного или немногихъ примѣровъ спросить обо всемъ, что проходило, а это заставляетъ учителя долго останавливаться надъ одной задачей, до того долго, что послѣдняя надоедаетъ учащимся, рѣшеніе же ея кажется сложнымъ; а какъ скоро мысль ребенка запугивается, онъ уже перестаетъ надъ ней работать. . значительная часть за-

траченного труда теряется непроизводительно. Кроме того, ученики грудью повимають упражненія каждого рода, если послѣднія очень быстро смѣняются другъ другомъ: цѣли смѣнивають одну работу съ другой. Быстрая смѣна однихъ упражненій другими возможна только при повтореніи пройденнаго и служить однимъ изъ лучшихъ средствъ къ тому, насколько учащіеся усвоили пройденное; быстрый переходъ отъ однихъ упражненій къ другимъ потому и можетъ служить средствомъ повѣрки знаній, что затрудняетъ учащихся, пока они еще не вполне овладѣли дѣломъ.

Итакъ, при занятіяхъ съ цѣлями ариметикой слѣдуетъ воздерживаться отъ продолжительнаго разбора одного какого-нибудь примѣра, стараясь неоди какъ можно точнѣе опредѣлять цѣль разбора и останавливаясь всегда на чемъ-нибудь одномъ, или на объясненіи смысла вычисленія, или на разборѣ хода вычисленія и т. д.

Слѣдуетъ еще замѣтить, что учитель не только долженъ самъ имѣть определенную цѣль, предлагая ученикамъ задачу, но долженъ позаботиться и о томъ, чтобы учащійся ясно понималъ, что отъ него требуютъ. Многія поудачи учителей происходятъ только отъ недониманія учащимися требованій учителя, который въ свою очередь, не понимаетъ, чѣмъ затрудняются ученики. Однимъ словомъ, мы приходимъ къ вопросу о томъ, какъ слѣдуетъ ставить упражненія, какъ вести дѣло.

Съ какою бы цѣлью не предлагалась задача, необходимо, чтобы учащіеся усвоили ея содержаніе, иначе они не могутъ правильно думать о способѣ ея рѣшенія и всегда говорятъ наугадъ. Въ руководствахъ къ преподаванію ариметики предлагаются различные средства достиженія указанной цѣли, но чаще всего совѣтуется требовать отъ нѣсколькихъ учениковъ повторенія содержанія задачи, а за рѣшеніе ея приниматься лишь тогда, когда учитель убѣдился, что ученики усвоили содержаніе прочтенной задачи. Съ своей стороны мы считаемъ описанные приемы неудобными и даже вполне бесполезными.

Единственно разумная, по нашему мнѣнію, постановка дѣла — требованіе, чтобы ученики усвоивали тотчасъ же содержаніе задачи, а для повѣрки вниманія учащихся повтореніе содержанія задачи къмъ либо изъ нихъ (по назначенію учителя, а не изъ числа принимающихъ руку въ знакъ желанія повторить условія задачи),

однако же не болѣе одного раза, рѣдко двухъ, только въ исключительныхъ случаяхъ. Ученики хорошаго учителя непременно отличаются тѣмъ, что для нихъ не пужно нѣсколько разъ повторять задачу, развѣ только придется повторить содержаніе грубой задачи. Грѣбовать отъ учениковъ, чтобы они запоминали содержаніе задачи необходимо, такъ какъ при этомъ только условія могутъ они соображать, что съдѣлать съ данными числами; если условія повторяются нѣсколько разъ, то на это уходитъ очень много времени даромъ. Еще важнѣе другая причина. Обычай нѣсколько разъ повторять содержаніе задачи всегда внушаетъ многимъ ученикамъ мысль, что не стоитъ особенно внимательно слушать чтеніе задачи: содержаніе будетъ еще повторено. Учитель замѣчаетъ, что нѣкоторые ученики не слушаютъ, заставляя ихъ повторить содержаніе задачи; а пока они повторяютъ, нѣкоторые уже успѣваютъ забыть содержаніе прочитаннаго, такъ что необходимо повторить его еще разъ. Мы же разъ бывали свидѣтелями, какъ повторялась задача нѣсколько разъ и все-таки содержаніе ея не было усвоено всеми учениками. Однимъ словомъ, необходимость многократнаго повторенія содержанія предложенной задачи *оказывается* самымъ обычаемъ повторенія; само по себѣ оно вовсе не нужно и даже вредно, какъ развивающее дурныя привычки въ дѣтяхъ, дурное отношеніе къ дѣлу. Вліяніе этого обычая можно сравнить съ тѣмъ вліяніемъ, которое оказываетъ на дѣтей обычай многихъ родителей прилагать ренетировъ, т. е. домашнихъ учителей, повторяющихъ съ дѣтьми прослушанные послѣдними уроки въ классѣ и разъясняющихъ прочтенное, хотя крайности вовсе нѣтъ: дѣти невольно приходятъ тогда къ заключенію, что въ классѣ имъ не нужно слушать объясненія, они получаютъ ихъ дома, въ классѣ же пріятнѣе развлечься чѣмъ нибудь постороннимъ, а дома въ этомъ отношеніи меньше соблазна, да и все равно—заниматься необходимо.

Между тѣмъ приучить учениковъ къ усвоенію содержанія задачи (не повторивъ его нѣсколько разъ) нисколько не трудно: стоитъ только начать съ предложенія задачъ несложныхъ по содержанію и не длинныхъ, съ небольшими числами, чтобы учащіяся могли легко удерживать въ памяти прочитанное, но надо сказать предварительно ученикамъ, что они должны слушать чтеніе задачи и за-

помнить содержаніе, нужно сильно на это наставлять, требовать повторенія условія, не соглашаясь вновь прочитать задачу (все-да найдется въ классѣ ученикъ, могущій повторить задачу); другіе же, видя, что учитель требуетъ повторенія, привыкають слушать. Привыкая къ усвоенію содержанія легко пріобрѣтается въ какихъ-нибудь 2—3 мѣсяца.

Что сказано относительно усвоенія содержанія, тоже самое слѣдуетъ сказать и о числахъ: дѣти должны пручаться запоминать ихъ, такъ какъ помня данныя числа гораздо легче придумать примѣны рѣшенія. Пручать учащихся къ запоминанію чиселъ слѣдуетъ постепенно; грубѣяя числа (большія) можно записывать на доскѣ, если ученики худо ихъ запоминають. Не слѣдуетъ также выспрашивать каждый разъ, какія числа даны, какія ищутся; къ подобнымъ вопросамъ можно обращаться только въ случаѣ затрудненія учащихся; важно, чтобы послѣдніе пручены были тотчасъ-же обращать вниманіе на значеніе чиселъ, по каждому вопросу учителя. Кроме того, подобныя вопросы дѣлають ихъ очень надобными.

Для объясненія дѣтямъ, что именно требуется отъ нихъ, нужно подробно разобрать какую-нибудь задачу (показать примѣръ) и сказать, что такъ нужно и въ другихъ случаяхъ поступать.

Какимъ бы образомъ ни велось занятія, во всякомъ случаѣ чрезвычайно важно пріучать дѣтей къ отчетливому объясненію того, что они дѣлають, будетъ ли это простое вычисленіе или рѣшеніе сложной задачи. Не нужно требовать подробнаго объясненія при каждой задачѣ, а тѣмъ болѣе при каждомъ вычисленіи, но безусловно необходимо добиться отъ учениковъ умѣнья объяснить, въ случаѣ требованія, все, что они дѣлають, и пріучать учащихся *всегда* обдумывать, какъ рѣшить задачу или вести сложное вычисленіе *прежде*, чѣмъ приступить за то или другое. Эти требованія имѣють важное значеніе какъ для пріученія дѣтей къ правильнымъ приемамъ работы и развитія учащихся, такъ и для пониманія каждаго рода упражненій въ отдѣльности. На практикѣ нерѣдко оказывается, что учащіеся пріобрѣтають механическій навыкъ въ рѣшеніи задачъ или въ вычисленіяхъ, но не понимаютъ ихъ смысла, ничею не умѣють объяснить изъ того, что дѣлають. Пользы отъ такого знанія, конечно, немного; всякія новыя объясненія такимъ

ученикамъ трудно даются, потому что послѣдніе стараются замѣтить какіе-нибудь вышшіе признаки хода вычисленія или рѣшенія задачи, вмѣсто того, чтобы стараться уловить ихъ смыслъ. То и же самыя недостатки составляютъ причину такъ часто встрѣчающихся постоянныхъ затрудненій учащихся въ самыхъ обыкновенныхъ упражненіяхъ, какъ только въ нихъ встрѣчается члѣннѣе отступленіе отъ обычной формѣ условія, даже простая перестановка данныхъ: не слѣдя за смысломъ рѣшенія и даже не умѣя слѣдить за нимъ, слѣди, разумѣется, постоянно сбиваются при всякой перемѣнѣ формъ. Та же причина различаетъ въ ученикахъ привычку (всѣмъ распространенную между ними) пробовать всякаго дѣйствія надъ данными члѣнами, хотя бы они не имѣли никакого смысла въ примѣненіи къ вопросу, лишь бы только получилось требуемое число. Дѣло доходитъ иногда до того, что некоторые ученики рѣшаютъ сложныя и трудныя задачи по бормотанью чиселъ, не умѣя объяснить, почему они поступаютъ такъ или иначе и притомъ часто совершенно неправильно употребляя дѣйствія. Такихъ учениковъ убѣдить въ неправомерности ихъ рѣшенія очень трудно; они всегда говорятъ: дѣло у меня получилось вѣрно, этому только и придаютъ они значеніе.

Въ заключеніе повторяемъ, что исправлять подобная дурная привычка учениковъ очень трудно, особенно при классныхъ занятіяхъ (при занятіяхъ съ отдѣльными учениками гораздо легче) и преупреждать же развитіе ихъ вовсе не трудно.

Чтобы приучить учениковъ къ возможно болѣе самостоятельности рѣшеній, нужно не только упражнять въ рѣшеніи задачи и въ вычисленіяхъ, но постепенно приучать и къ повѣркѣ получаемыхъ результатовъ; учащіеся должны приучаться сами себя проверять, а не полагаться на результаты, данный въ книгѣ.

Наконецъ, чтобы продолженныя упражненія помогали ученикамъ понимать члѣннѣе, не слѣдуетъ ограничиваться рѣшеніями задачъ и объясненіями хода рѣшенія: нужно, чтобы послѣ ряда однородныхъ упражненій непременно дѣлалось обобщеніе, т. е. указывалась *прямъ работы* и значеніе послѣдней.

Всякія упражненія въ рѣшеніи и разборъ задачъ, а также въ вычисленіяхъ сперва должны относиться къ конкретнымъ (при которыхъ стоитъ названіе предметовъ, о которыхъ идетъ рѣчь, на

примѣръ: 5 стульевъ, шесть учениковъ и т. п.) или къ именованнымъ числамъ, а потомъ уже къ отвѣщеннымъ, такъ какъ отвѣченность условій или вычисленій всегда болѣе или менѣе затрудняетъ учащихся. Въ упражненія должны сперва дѣлаться устно, а въ письменныя могутъ быть обращаемы только тогда, когда устно быть затрудненія выполняются учениками; кромѣ того, первыя письменныя упражненія каждаго рода должны представлять лишь повтореніе только что разобранныго во время урока примѣра.

Теперь переходжу къ болѣе подробному изложенію плана работъ каждаго рода и попеню все примѣрами.

Арифметическія задачи раздѣляются на двѣ главныя группы: 1) задачи на вычисленія и 2) задачи съ условіями. Перваго рода задачи если и облекаются въ форму задачъ съ условіями, ради болѣе живости и наглядности изложенія, то во всякомъ случаѣ не должны представлять затрудненія относительно самаго содержанія, проще сказать — изложеніе задачи должно прямо подсказывать, каковы дѣйствія и въ какомъ порядкѣ должны быть сдѣланы для рѣшенія задачи. Первыя упражненія въ вычисленіяхъ, какъ уже было сказано въ первой главѣ руководствъ, лучше облекать въ форму задачъ; тогда легко раскрывается переть дѣлами смыслъ дѣйствій, легко улавливаются чиселыя отношенія и значенія вычисленій болѣе интересуютъ дѣтей.

Упраженія въ вычисленіяхъ относятся сперва къ числамъ перваго десятка или даже къ отдѣльнымъ только числамъ, но охватываютъ повременію все 4 дѣйствія. Когда была продѣлана рядъ примѣровъ, различнымъ образомъ выраженныхъ, но относившихся къ одному и тому же дѣйствию, съ одними и тѣми же числами, то слѣдуетъ сдѣлать указанія на отвѣченныя числа, сказать, что при такомъ-то вычисленіи съ такими-то числами всегда получится такой-то результатъ, къ какимъ-бы предметамъ не относились эти числа. Напримѣръ, когда дѣти на нѣсколькихъ случаяхъ увидятъ, что 7 безъ 3 будетъ 4 (было семь учениковъ въ комнатѣ, трое уже ушли домой, сколько осталось? у мальчика было 7 сливъ, три онъ съѣлъ, сколько осталось? одинъ ученикъ написалъ 7 страницъ, другой 3 меньше, сколько написано вторымъ? въ одной комнатѣ 7 оконъ, въ другой 3, насколько меньше во второй? и

т. п.), слѣдуетъ указать на то, что „семь безъ трехъ *всегда* будетъ четыре“, предложить еще 2—3 примѣра, и черезъ нѣсколько времени, на другой урокъ, примѣрно, спросить уже въ отвлеченной формѣ: сколько будетъ семь безъ 3 и т. п. Подобное маленькое обобщеніе лучше всегда относить не къ одному результату, а къ нѣсколькимъ подобнымъ результатамъ, даже къ цѣлому ряду ихъ, если они были разобраны на одномъ и томъ же урокѣ; напримѣръ, не только можно указать, что 7 безъ 3 будетъ 4, а также и то, что 3 да 4 будетъ 7, что 3 взятое два раза будетъ всегда 6, что раздѣлить 6 на двѣ равныя части получимъ 3 и т. д. При этомъ очень полезно сопоставлять результаты дѣйствій надъ взятыми числами съ результатами противоположныхъ дѣйствій, въ которыхъ результатомъ будетъ одно изъ данныхъ данныхъ; говоря, напримѣръ, что 7 безъ 3 всегда будетъ 4, полезно указать, что, „наоборотъ, 3 да 4 всегда будетъ 7“. Заботиться [о томъ, чтобы результатъ каждаго дѣйствія надъ каждами двумя числами являлся результатомъ подобнаго обобщенія (чтобы каждое число было вращено съ каждымъ предшествующимъ, черезъ всѣ четыре дѣйствія, какъ часто говорятъ), по моему мнѣнію, совершенно излишне; ученики должны (встрѣтиться съ значительнымъ количествомъ подобныхъ обобщеній, чтобы уловить ихъ значеніе; но если послѣ большаго количества подобныхъ упражненій они все-таки не могутъ распространить ихъ на другія числа, то, значить, они *не поняли* ни смысла обобщеній, ни приема вычисленій, а только заучили результаты; значенія ихъ малоцѣльны, недоста-точно разъяснены; тогда конечно нужно дать новыя упражненія и повторить объясненія.

Въ случаѣ затрудненія учениковъ въ опредѣленіи результата дѣйствій, слѣдуетъ дать имъ возможность найти его при помощи наглядныхъ пособій.

Необходимо, чтобы дѣти достигли твердаго знанія результатовъ дѣйствій надъ числами перваго десятка. При затрудненіи такого правила учитель, очень можетъ быть, въ первое время никакихъ затрудненій не встрѣтитъ, и ему покажется, что и не было необходимости заботиться о соблюденіи правила. Но если учитель недостаточно осматривается на предварительныхъ практическихъ вычисленіяхъ, то черезъ два-три мѣсяца, когда кончатся вычис-

тельное количество разнообразных упражненій, ученики станут пугать ихъ, и тогда уже для поправленія дѣла придется употребить гораздо больше усилій и труда, чѣмъ въ томъ случаѣ, если съ самаго начала были бы тщательно провѣрены силы учениковъ. Что ученики достаточно овладѣли пройденнымъ, всего лучше выражается въ свободѣ, съ которою они дѣлаютъ предлагаемыя упражненія.

Когда учащіеся привыкнутъ нѣсколько къ отвлеченнымъ вычислениямъ, полезно предлагать имъ ряды устныхъ и письменныхъ упражненій въ вычисленияхъ съ отвлеченными числами, сперва на одно только дѣйствіе, а потомъ на нѣсколько, слѣдовательно употребляя и скобки. Нечего опасаться, что дѣти будутъ тяготиться подобными упражненіями: дѣти всегда любятъ считать, потому что счетъ для нихъ представляетъ еще затрудненія, но соответствуетъ ихъ силамъ, а потому и интересуетъ; конечно, не слѣдуетъ давать такихъ упражненій ежедневно: тогда они надоедаютъ дѣтямъ, какъ и всякая черезчуръ часто повторяющаяся работа. Употребленіе скобокъ много способствуетъ усиленію интереса (причины тѣ же) и полнотѣ упражненій. Особенно удобно пользоваться такими видами упражненій въ тѣхъ школахъ, въ которыхъ есть нѣсколько отдѣленій въ классѣ, а такихъ школъ громаднѣе большинство. Решаются формулы со скобками, а также и на отдѣльныя дѣйствія, письменно *). Устные упражненія въ счетѣ должны идти въ одно время съ письменными, но цѣль ихъ составляетъ не столько развитіе навыка къ сложнымъ вычислениямъ, сколько приученіе къ быстрому счету. При упражненіяхъ въ быстромъ успѣшномъ счетѣ слѣдуетъ приучать дѣтей давать отвѣтъ тотчасъ же, какъ только скажетъ учитель условія; если же дѣти не могутъ сдѣлать это, то значить данныя примѣры для нихъ еще слишкомъ и надо его упростить. Съ возрастаніемъ чиселъ, входящихъ въ вычисленія, разумѣется, должны и самыя вычисленія усложняться, но стремиться къ очень сложнымъ вычислениямъ не слѣдуетъ: они отнимаютъ много времени, а пользы отъ нихъ мало; между тѣмъ

* Замѣтимъ еще, что постановка дѣлителя впереди дѣлимаго, какъ это дѣлается у насъ, нѣудобнѣе чѣмъ отъ другихъ, мы считаемъ неудобною дѣлать въ послѣдствіи приходится переучиваться, и это ихъ сбиваетъ.

нѣкоторые учителя увлекаются сложными упражненіями въ вычисленіяхъ. Упражненія въ отвѣченныхъ вычисленіяхъ, конечно, содѣйствуютъ развитію отвѣченнаго понятія о числѣ и способности къ отвѣченію, но еще не значить, что они будутъ полезны, въ какой бы мѣрѣ ни предлагались. По моему мнѣнію, для пониманія предмета важно, чтобы дѣти могли считать быстро, но чтобы они могли дѣлать очень сложные вычисленія — не важно. Упражненія въ вычисленіи во всякомъ случаѣ полезно предлагать во все продолженіе элементарнаго курса; но чѣмъ лучше считаютъ ученики, тѣмъ рѣже можно предлагать подобныя упражненія *).

Задачи съ условіями играютъ еще болѣе важную роль въ курсѣ, а потому уже и хорошо вести соответствующія упражненія труднѣе. Задачи съ условіями не только не играютъ служебную, какъ говорятъ, роль, т. е. помогаютъ усвоенію предмета, объясненію теории, но имѣють, или, лучше сказать, могутъ имѣть и самостоятельное значеніе, а именно, могутъ способствовать развитію соображенія и навыка примѣнять усвоенныя знанія къ рѣшенію вопросовъ.

По мѣрѣ движенія курса всѣ учителя усложняютъ задачи, по усложненію эти имѣють двойнаго рода характеръ. Нѣкоторые находятъ наиболѣе полезнымъ усложнять содержаніе предлагаемыхъ задачъ прибавленіемъ хотя и новыхъ условій, но значеніе которыхъ почти очевидно, такъ что прибавленіе ихъ увеличиваетъ трудъ, необходимый для рѣшенія задачи, но не требуетъ большой догадливости; такія задачи если и затрудняютъ учениковъ, то затрудняютъ евои тѣмъ, что ученикъ ошибется въ какомъ-нибудь вычисленіи и долго вѣситъ съ нимъ, или забудетъ какое-нибудь изъ многочисленныхъ условій и потому неправильно рѣшитъ задачу. Другіе преподаватели считаютъ всего болѣе важнымъ постепенное усиленіе требованій относительно соображенія условій, иначе — разбора задачъ, трудныхъ по содержанію, а не по количеству данныхъ или сложности вычисленія; но нѣкоторые изъ такихъ учителей особенно цѣнятъ отвѣченность условій, которая весьма значительно затрудняетъ учащихся и не особенно заботятся объ

* Подобные разны вычисленій хороши въ „Методикѣ ариметики“ Гейденберга.

увеличении требования к активности со стороны учениковъ, т. е. с развитіем умѣнья соображать условия вопроса. Переходъ къ обобщеннымъ даннымъ, конечно, нуженъ и полезенъ для учащихся, заставляетъ ихъ думать и обобщать, значитъ дѣйствуетъ на нихъ развивающимъ образомъ; но полезно приучать и къ разбору и рѣшенію вопросовъ. Математикъ, вообще говоря, даетъ такой общій приемъ рѣшенія вопросовъ, который одинаково применимъ къ вопросамъ всякаго рода, по всякъмъ отраслямъ знаній: но чтобы приучить его, надо вырабатывать данные въ целяхъ и раскрыть зависимость между ними. Это раскрытіе зависимости между данными и составляетъ главнѣйшую трудность въ рѣшеніи вопросовъ; выучиться находить ее можно только практикой: а умѣнье находить ее и выражать математически есть умѣнье применять математическія знанія къ рѣшенію вопросовъ.

Арифметика, не смотря на небольшой ея объемъ и ограниченность ея средствъ для рѣшенія вопросовъ, все-таки должна носить въ учебномъ курсѣ тотъ же характеръ, какъ и вся математика *), должна быть ея представительницей. И только при такой широкой постановкѣ предмета можетъ онъ оказать все то влияние на развитие учащихся, къ какому способенъ. Мы думаемъ, что даже въ тѣхъ школахъ, какъ, напримеръ, генеральныхъ, нѣкоторыхъ сельскихъ школахъ, гдѣ по недостатку времени не можетъ быть пройденъ полный элементарный курсъ арифметики, характеръ постановки предмета долженъ быть сохраненъ тотъ же, чѣмъ больше будетъ выяснена прочная часть предмета и чѣмъ глубже будетъ раскрыто его значеніе, тѣмъ больше будетъ его влияние; а въ арифметикѣ даже (см. первую гл.), вполне можно разомъ охватить содержаніе всего предмета, хотя въ простѣйшихъ примѣненіяхъ. Сопоставленіе условий задачи и открытіе зависимости между ними развиваетъ соображеніе учащихся а необходимость пользоваться логическимъ расположеніемъ фактовъ развиваетъ привычку обдумывать работу.

* Вѣ научномъ отношеніи она можетъ быть разсматриваема иначе, именн о какъ единичная частъ предмета, но такого значенія въ учебномъ курсѣ она имѣть не можетъ.

Изъ сказаннаго, я думаю, уже достаточно ясно, въ какую сторону склоняется мое мнѣніе относительно значенія трудныхъ задачъ въ курсѣ ариметики *).

Придавая задачамъ, труднымъ по содержанію или по отвлеченности данныхъ, полезное значеніе въ курсѣ, необходимо остановиться на опредѣленіи того, какимъ образомъ можно довести учащихся до умѣнья рѣшать болѣе трудныя задачи. Многіе учителя (а особенно начинающіе, которые всегда преувеличиваютъ силы учениковъ и потому невольно и неумышленно для себя впадаютъ въ подобную ошибку, просто потому только, что предложивши задачу, трудную для учащихся, не знаютъ какъ выпутаться) надѣются выучить учащихся рѣшать задачи, рѣшая съ ними вмѣстѣ трудныя задачи и разъясняя ихъ. Другіе считаютъ нужнымъ очень медленно увеличивать трудность рѣшенія задачъ, такъ чтобы ученикамъ не приходилось затрудняться рѣшеніемъ задачъ, рѣшѣ только случайно. Третьи считаютъ нужнымъ давать трудныя задачи безъ продолжительной предварительной подготовки, а когда встрѣтятся затрудненія помочь ученикамъ предложеніемъ подобной же задачи, но съ меньшими числами и упрощенной по содержанію (подобный пріемъ особенно рекомендуется г-мъ Толстымъ въ его „Азбукѣ“). *Примамъ* объясненія задачъ, когда они затрудняютъ учащихся, большинствомъ преподавателей придается такое важное значеніе, что указаніе на нихъ дѣлается въ большей части руководствъ къ преподаванію ариметики, а въ наиболѣе полномъ изъ нихъ, „Методикѣ ариметики“ г. Евтушевекаго, даются довольно подробныя указанія. Въ указанныя пріемы, по нашему мнѣнію, имѣютъ свое полезное значеніе, но не однимъ изъ нихъ въ отдѣльности ограничиться нельзя.

Примѣненіе же тѣхъ или другихъ пріемовъ объясненія трудныхъ задачъ къ частнымъ пріемамъ мы считаемъ или псевдопымъ, или вѣсело мало разъясненнымъ въ существующихъ руководствахъ.

*, Остановится на значеніи задачъ и считать особе по нужнымъ въ виду того, что въ трудныхъ и наиболѣе распространенныхъ нашихъ руководствахъ къ преподаванію ариметики въ началѣ курса предлагаются хотя добротные, но вообще хорошия для начала курса задачи, а потомъ сложность ихъ увеличивается въ зависимости только отъ увеличенія количества данныхъ и усложненія вычисленій, но не условій.

Вообще говоря, задачи не должны затруднять учениковъ, должны быть по силамъ большинству, хотя могутъ заставить подумать о рѣшеніи; однакоже, по моему мнѣнію, важно, чтобы ученики время отъ времени встрѣчали трудныя для нихъ задачи, которыя заставили бы ихъ усиленно трудиться; не бѣда, если и не будутъ ниныя рѣшены безъ помощи учителя. Если задачи будутъ всегда доступны ученикамъ, то послѣдніе могутъ выучиться рѣшать задачи, но не выучатся сосредоточивать свои силы въ случаѣ необходимости; а при всякой самостоятельной работѣ такіе случаи поизбѣжно должны встрѣчаться. Кромѣ того, встрѣчая затрудненія, учащіеся болѣе интересуются работой, имъ хочется побѣдить встрѣченное препятствіе; они спрашиваютъ о томъ, какия есть еще трудныя задачи, просятъ задать ихъ и т. п., доказывая этимъ пробужденіе въ нихъ интереса къ задачамъ. Если же задачи всегда доступны, то работа кажется дѣломъ однообразной: нѣтъ въ ней выходящихъ мѣстъ. Но если бы постоянно предлагались трудныя задачи, и ученики безуспѣшно или съ очень малымъ успѣхомъ пытались рѣшать ихъ, то безуспѣшность работы тяжело ложится на учащихся, даже можетъ подавить въ нихъ всякую энергію, они могутъ потерять вѣру въ свои силы, тогда какъ во времена встрѣчающагося затрудненія, даже побуждаемая лишь съ помощью учителя, дѣйствуютъ совершенно обратно, возбуждаютъ энергію и поднимаютъ духъ учащихся. Наконецъ, я думаю, что постоянная доступность задачъ не только не даетъ возможности дѣлать выученіе сосредоточивать свои силы, но даже можетъ способствовать развитію въ нихъ пренебрежительнаго отношенія къ дѣлу, изъ-за предположенія, что все для нихъ доступно (такъ какъ затрудненій они не встрѣчаютъ), а черезъ это дать нищу ихъ самовѣрію. При всякомъ же затрудненіи такіе ученики теряются совершенно, не умѣютъ прилечь за дѣло, сразу теряютъ всякую вѣру въ свои силы, отказываются даже отъ попытки рѣшить задачу, или утверждаютъ, что ее совсѣмъ рѣшить нельзя, и не хотятъ надъ ней думать. Отчего? Имъ неприятно переходить отъ постоянно какъ бы легкой задачи положенія къ сознанію своего безсилія, и они стараются приписать причину своей неудачи задачѣ, а не самимъ собой, чтобы не открыть своего безсилія, безсознательно отыскиваютъ единственное къ тому средство — отказъ отъ работы.

Мы уже говорили, какъ важно обдумывать всегда нравственное влияние употребляемыхъ приемовъ преподаванія даже и такого предмета, какъ арифметика, говорили, что чисто методическіе вопросы невозможно вполне отдѣлить отъ вопросовъ воспитанія.

Предложеніе задачъ подобныхъ той, которая затруднила учениковъ, можетъ быть съ пользою употребляемо какъ приемъ наведенія; но такой ходъ работы не можетъ считаться желательнымъ какъ постоянный приемъ: въ этомъ случаѣ на учениковъ дѣйствуетъ сравненіе, но оно не приучаетъ ихъ разбирать вопросъ и искать основы въ общемъ запасѣ знаній.

Непосредственное разъясненіе задачи, затруднившей учениковъ, совершенно уже неудовлетворительно: оно не оставляетъ мѣста самостоятельной работѣ учащихся, потому что вся работа выполняется тогда учителемъ, а потому такое разъясненіе очень мало влияетъ на развитіе учащихся, хотя даетъ возможность сравнительно въ короткое время приобрести навыкъ къ рѣшенію задачъ. (Поэтому и такой приемъ приходится употреблять въ тѣхъ случаяхъ, когда нужно въ короткое время подготовитъ къ экзамену).

Стараясь навести ученика на рѣшеніе задачи наводящими вопросами, преподающіе нередко сбиваются при этомъ на то, что вполне подсказываютъ ученикамъ рѣшеніе, оставляя на долю дѣтей только выполненіе вычисленій; вопросы, предлагаемые при разборѣ задачъ въ подобныхъ случаяхъ, всегда хорошо характеризуютъ недостатки приема; въ нихъ только и слышится: „сколько получится“ (при такихъ-то и такихъ-то условіяхъ *). Нередко случается, что послѣ подобнаго разбора ученики не могутъ повторить хода рѣшенія задачи: такъ мало они успѣваютъ въ него войти, хотя и отвѣчали на предлагавшіеся имъ вопросы.

Чтобы достигнуть пониманія рѣшенія задачи учениками и возможно большаго участія со стороны ихъ въ самомъ разборѣ условій и хода рѣшенія предложенной задачи, по нашему мнѣнію необходимо, чтобы по поводу прочтенной задачи учителемъ велась

* Замѣтимъ мимоходомъ, что опредѣлять приемъ наведенія необходимо, такъ, что, каковы бы ни были условія, въ которыхъ мы находимся, всегда можетъ встрѣтиться случай, когда затрудненіе, которое нужно побѣдить,

„объяснительная беседа“, чтобы задача разсматривалась как *сущность*, содержание которой нужно объяснить детям, обратив на внимание на наиболее существенную часть статьи, причем первые вопросы могут и не относиться к тем частям, с которых следует начать вычисление решения. Выходимым образом особенность приема выразится в постановке вопроса „почему“ так или иначе думать поступать ученики, слушающие разбор задачи: вопрос этот ставится прежде перехода к вычислению.

Полным примѣромъ. Положимъ дана задача, которую ученики затруднились решить: разнощикъ одному покупателю продалъ 15 яблоковъ и 10 апельсиновъ и получилъ съ него 1 р. 20 к., а другому продалъ 15 яблоковъ и 15 апельсиновъ и получилъ съ него 1 р. 50 к.; почему онъ продавалъ 10 яблоковъ и 10 апельсиновъ? Учитель начинаетъ разборъ задачи вопросомъ: о чемъ говорится въ задачі? Если ученики тверды въ усвоеніи содержанія прочитанной разѣ задачи, то подобные вопросы можно, и даже лучше, пропускать. Дальнѣйшіе вопросы должны относиться къ труднѣйшей части задачи. Учитель спрашиваетъ, на примѣръ: отчего же разнощикъ со втораго покупателя получилъ больше чѣмъ съ перваго? Когда ученики объясняютъ—следуетъ спросить, насколько же именно больше получилъ разнощикъ со втораго покупателя (здесь обращается вниманіе учащихся на необходимость всегда переходить къ вычисленію, когда зависимость между данными раскрыта). Дальнѣйшіе вопросы: какъ же уплатить дѣву 1 апельсина? отчего же первый покупатель заплатилъ 1 р. 20 к., а не 60 к. (остальное уплочено за яблоки)? сколько же было заплачено за яблоки и что заплачено за 1 яблоко?

Другой примѣръ. Дана задача, которая тоже всегда затрудняетъ учащихся въ первые годы занятія: работникъ нанятъ съ платою по 1 р. 50 к. въ день, но съ тѣмъ условіемъ, что въ тотъ день, когда онъ не будетъ работать, онъ самъ будетъ платить по 30 коп. за ѣду; черезъ 45 дней онъ окончилъ работу и получилъ всего 54 р. 90 к.; спрашивается, сколько дней онъ работалъ и сколько не работалъ? Приступая къ разбору задачи, учитель долженъ прежде всего обратить вниманіе учениковъ на полученіе неполной платы за 45 дней и причины ея уменьшенія,

такъ какъ въ этомъ ключъ къ рѣшенію задачи. Все ли получилъ работникъ, что ему слѣдовало? Почему же не все? Насколько меньше изъ-за этого (не работалъ нѣкоторые дни) получилъ онъ? А когда онъ не работалъ, насколько уменьшалась плата? Ученики обыкновенно думаютъ, что потерю составляетъ только дневная плата, забывая о приплатѣ, которую долженъ дать работникъ за пищу, поэтому придется спросить: развѣ условіе было бесплатно кормить работника, когда онъ не работаетъ? Насколько же меньше долженъ получить онъ, если не работалъ одинъ день? (Получено предложить здѣсь еще одинъ повторительный вопросъ, чтобы проверить, насколько ученики поняли объясненіе: почему же плата уменьшится на 1 р. 80 к., а не на 1 р. 50 к.?) Теперь скажите, сколько дней работникъ не работалъ? Приведемъ еще примѣрный разборъ задачи третьяго рода. Задача. Отцу и сыну вмѣстѣ 54 года, отцу и дѣду вмѣстѣ 104 года, а дѣду и внуку — 78 лѣтъ. Сколько лѣтъ каждому? (Объяснительная беседа) Отчего говорится въ задачѣ? Отчего выходитъ, что отцу и дѣду вмѣстѣ больше лѣтъ, чѣмъ внуку и дѣду? Насколько же, значить, отецъ старше сына? Что же еще сказано въ задачѣ объ ихъ годахъ? Какъ же узнать ихъ года, если вмѣстѣ имъ 54 года, а отецъ старше сына на 26 лѣтъ?

Дополнительные вопросы, если подобныхъ задачъ еще не рѣшали: можно ли число 54 раздѣлить на два, чтобы узнать число лѣтъ каждому? Отчего же нельзя? Сдѣлать мы умѣемъ только на равныя части, а здѣсь части не равны. Какъ же сдѣлать части (число лѣтъ) равными? После рѣшенія слѣдуетъ непременно повторить весь ходъ его и записать; если же дѣли очень затруднялись задачей, то записывать ходъ рѣшенія слѣдуетъ во время самого рѣшенія, потому что смотря на записъ рѣшенія ученики легче могутъ припомнить его ходъ.

Я привелъ примѣры разбора задачъ, которыя должны затруднить учениковъ, еще не привыкшихъ къ подобнымъ задачамъ, и такимъ образомъ отступилъ отъ плана изложенія, чтобы пояснить, что я подразумеваю подъ „объяснительной бесѣдой“ по поводу трудной задачи. Приведенные примѣры разборовъ, я надѣюсь, достаточно ясно показываютъ, что разборъ содержанія всегда связывается съ припоминаніемъ содержанія задачи по частямъ, по-

этому, если даже ученики, не понимая задачи, не могут припомнить ее содержаніе (а непониманіе задачи всегда вліяетъ на запоминаніе условій), то это не лишаетъ возможности приняться за рѣшеніе задачи.

Въ случаяхъ затруднительныхъ наведеніе можетъ быть начато съ предложенія такихъ вычисленій, которыя противуположны необходимымъ въ дѣйствительности. Напримѣръ, чтобы выяснитъ необходимость отнять разность чиселъ отъ ихъ суммы, для нахождения каждаго изъ нихъ въ отдѣльности (зная сумму лѣтъ отца и сына, надо отнять отъ нея разность числа ихъ лѣтъ, показывающую, насколько отецъ старше сына, и остатокъ раздѣлитъ пополамъ; тогда будутъ найдены лѣта сына *), начинаютъ наведеніе вопросомъ: можно ли раздѣлить общее число ихъ лѣтъ пополамъ, чтобы узнать лѣта отца и т. п. Разумѣется, такое наведеніе нѣсколько искусственно, но избѣжать искусственности во все продолженіе курса очень трудно. Избѣжать ее можно только крайне тщательнымъ подборомъ упражненій, умѣяемъ предусмотрѣть все, что понадобится въслѣдствіи, и умѣяемъ всегда воспользоваться представляющимъ удобнымъ случаемъ для разъясненія какого-нибудь понятія. Все это слишкомъ сложныя условія, чтобы кто-нибудь могъ разсчитывать на полное ихъ соблюденіе, а потому и обойтись безъ искусственныхъ приемовъ, по нашему мнѣнію, практически невозможно. Въ упомянутомъ случаѣ, напримѣръ, можно было бы обойтись безъ искусственнаго приема, если бы дѣтямъ раньше было вѣдомо, какъ по суммѣ и разности найти слагаемыя суммы; а указать на это возможно при рѣшеніи цѣлаго ряда подготовительныхъ задачъ, или при случаѣ, когда дѣти сами нападутъ на такой примѣръ, въ которомъ одно число прибавляется къ другому, чтобы сдѣлать ихъ равными, и сказать: вотъ теперь они равны и каждое составляетъ половину обонхъ вѣствъ взятыхъ (сумм); въслѣдствіи этого указанія и можно будетъ воспользоваться. Въ случаѣ затрудненія учащихся во время новыхъ упражненій всегда слѣдуетъ пояснять дѣло *примѣрами, фактами*, а не словами, въслѣдствіи же—ссылками на предыду-

* Конечно, къ суммѣ можно прибавить разность лѣтъ отца и сына и полученное число раздѣлить пополамъ; тогда получится сперва число лѣтъ отца.

щее. Начинаяще учителя обыкновенно поступають наоборотъ: стремятся все объяснить на словахъ и потому иногда еще болѣе запутываютъ учащихся. Для достиженія такой возможности пользоваться предшествующими упражненіями въ будущемъ и нужно, какъ было сказано выше, не только рѣшать примѣры и задачи, но постоянно стремиться къ обобщенію и отвлеченію, къ указанію общихъ признаковъ рѣшенія однородныхъ вопросовъ; это очень полезно. Первымъ толчкомъ къ обобщенію можетъ быть и наглядное упражненіе; на примѣръ, для подготовленія объясненія разобраннаго выше случая, можно было бы дать 8—15 предметовъ, предложивъ разложить ихъ такъ, чтобы въ одной кучкѣ было 4—7 больше, чѣмъ въ другой; дѣти сдѣлаютъ подобное разложеніе на предметахъ; тогда ихъ можно спросить, какъ сдѣлать равными эти кучки (можно отнять весь излишекъ, или придать его, или отнять половину излишка отъ большей кучки и придать ей къ меньшей), сколько ихъ тогда будетъ, какое число получится, если число вмѣстѣ съ прибавкой раздѣлить пополамъ и т. д. Подобныя простыя и прямыя упражненія въ счетъ могутъ послѣдствіемъ служить хорошимъ матеріаломъ для рѣшенія взятаго нами примѣра. Чтобы довести дѣтей до пониманія отвлеченныхъ отношеній чиселъ и значенія дѣйствій, очень полезно требовать отъ учениковъ (разумѣется, когда опредѣленія дѣйствій уже выработаны и составлены) при рѣшеніи простыхъ задачъ объясненія, почему они употребляютъ то, а не другое дѣйствіе. Если, на примѣръ, ученикъ говоритъ: каждому мальчику дали по 5 пряниковъ, а ихъ было 8, то, чтобы узнать, сколько получили всѣ, надо 5 умножить на 8. Учитель требуетъ объясненія, почему для рѣшенія задачи надо умножить 5 на 8, а не вычесть, или сдѣлать какое-нибудь другое дѣйствіе. Дѣти, въ первое время, затрудняются этимъ вопросомъ, но понимаютъ, что собственно спрашиваетъ учитель и обыкновенно просто повторяють сказанное. Учитель можетъ пояснить вопросъ, говоря: ты сказалъ, что надо „умножить“ одно число на другое; это—арифметическое названіе вычисленія; а теперь скажи, какъ объяснить своими словами, что дѣлается съ числами, не говоря арифметическаго названія дѣйствія. Въ случаѣ надобности, можно еще напомнить о значеніи дѣйствія, спросивъ: какое дѣйствіе называется умноженіемъ? а

что теперь делали мы съ числомъ? (Повторяли 5 столько разъ, сколько мальчиковъ). Почему надо назвать сдѣланное дѣйствіе умноженіемъ? (При умноженіи число повторяется). Почему же въ этомъ случаѣ надо сдѣлать умноженіе, а не другое дѣйствіе? *) Подобнымъ же образомъ поступаютъ и при вѣтрѣ съ другими дѣйствіями. Можно поставить вопросъ и въ иной формѣ: нельзя-ли вмѣсто умноженія раздѣлить одно число на другое? Почему нельзя? Что делали съ числомъ? Какъ называется такое вычисленіе?

Предлагаемый нами приѣмъ работы съ трудными задачами во всякомъ случаѣ долженъ относиться къ небольшому меньшинству задачъ. Въ нормальномъ же случаѣ, подъ который должно подходить большинство упражненій, предлагаемая задача должна быть настолько доступна ученикамъ, чтобы, подумавши, большинство учениковъ могло ее рѣшить безъ посторонней помощи. Умѣние же рѣшать задачи можетъ быть достигнуто многочисленными упражненіями въ рѣшеніи такихъ, постепенно усложняющихся задачъ.

Въ настоящее время, однако же, учителю довольно трудно подобрать рядъ такихъ задачъ, которыя бы постепенно подготовляли учащихся къ рѣшенію слѣдующихъ, болѣе трудныхъ, такъ какъ въ существующихъ сборникахъ арифметическихъ задачъ нельзя найти готоваго набора: въ сборникахъ можно найти хорошіи подборъ задачъ, развивающихъ навыки къ вычисленію (сборники Глущинскаго, Томаса), но трудныхъ задачъ въ сборникахъ или почти совсѣмъ нѣтъ, какъ въ названныхъ выше сборникахъ, или же онѣ набраны совершенно случайно, даже перемѣшаны съ самыми легкими задачами (сборн. Малинина и Буренина), и, въ лучшемъ случаѣ, въ сборникѣ данъ рядъ хорошихъ задачъ, но не помѣщено такихъ задачъ, рѣшеніе которыхъ могло бы подготовить учениковъ къ самостоятельному рѣшенію первыхъ, трудныхъ задачъ (сборн. Волосева). Каждому учителю приходится самому заботиться о подборѣ задачъ: чтобы хотя сколько нибудь удовлетворительно вы-

*) Въ данномъ примѣрѣ не слѣдуетъ говорить, что надо умножить 8 на 5 (т. е. переставлять большаго множителя впередъ), такъ какъ повторяется здѣсь не 8, а 5, величина результата, конечно, не измѣняется, но для объясненія не безразлично, которое число принимается за множителя.

полнить это, нужно потратить много труда и времени, нужно и умѣнье *).

Мы постараемся показать, какъ можно облегчить себѣ работу, а вмѣстѣ съ тѣмъ и то, какъ вести подобныя занятія съ учениками.

Поиская примѣрами, какъ вести разборъ задачи, сильно затруднившей учениковъ, мы принудили уже показать, что затрудненіе въ большинствѣ случаевъ зависитъ не отъ всей совокупности условій, а только отъ нѣкоторыхъ изъ нихъ, и каждая трудная задача распадается на нѣсколько отдѣльных, болѣе или менѣе трудныхъ задачъ, но, конечно, всегда болѣе легкихъ чѣмъ данная, уже потому, что въ нихъ будетъ меньше условій. Если же всякая трудная задача можетъ быть разбита на рядъ болѣе простыхъ, то, понятно, преимущественное рѣшеніе этихъ болѣе простыхъ задачъ, какъ задачъ самостоятельныхъ, но готовитъ къ рѣшенію болѣе трудной, особенно, если при рѣшеніи первыхъ, какъ было сказано, учитель не ограничится полученіемъ рѣшенія, но, послѣ рѣшенія нѣсколькихъ сходныхъ задачъ, укажетъ на приемъ рѣшенія ихъ. Кроме того, распаденье сложной или трудной задачи на рядъ простѣйшихъ объясняетъ и то, каковыя образомъ могутъ быть найдены учителемъ тѣ задачи, которыя могутъ подготовить учениковъ къ рѣшенію болѣе трудныхъ. Если учитель опредѣлитъ себѣ рядъ такихъ трудныхъ задачъ, до умѣнья рѣшать которыя онъ хочетъ повести своихъ учениковъ, и путемъ разбора ихъ найдеть тѣ простыя задачи, которыя входятъ въ составъ данныхъ сложныхъ, то онъ найдетъ рядъ тѣхъ, которыя постепенно должны быть введены въ курсъ, по порядку ихъ трудности. Какія задачи затрудняютъ учениковъ, учитель можетъ опредѣлить практически.

Опять пояснимъ свою мысль примѣромъ. Положимъ, что учитель находитъ интересной и полезной задачу, помѣщенную на 101 стр. и хочетъ подготовить своихъ учениковъ къ рѣшенію подобныхъ задачъ. Разбирая содержаніе задачи и разлагая ее на

*). Учитель сельской школы въ Таврической губ. П. В. Татарниковъ составилъ сборникъ примѣнительно къ задачѣмъ, высказаннымъ въ настоящей книгѣ, по собственному почину. Его адресъ. Ст. Кринички, учителю Татарникову. Цѣна сборника 30 к.

рядъ простыхъ *), учитель, конечно, придетъ къ заключенію, что въ числѣ простыхъ задачъ, входящихъ въ составъ сложной (какъ бываетъ почти всегда), трудныхъ собственно нѣтъ, ученикамъ трудно только бываетъ догадаться, что, для опредѣленія цѣны апельсина и яблока надо знать, насколько второй покупатель уплатитъ больше перваго, т. е. учащіеся не умѣютъ сопоставлять условія. Но, разумеется, учитель долженъ позаботиться, чтобы учащіеся дѣйствительно могли рѣшить каждую изъ перечисленныхъ простыхъ задачъ, т. е. долженъ позаботиться, чтобы ученики во время занятій встрѣтились съ подобными простыми задачами, съ каждой въ отдѣльности. Такъ какъ каждая изъ этихъ задачъ сама по себѣ не трудна, то рѣшеніе ея, если она будетъ предложена въ простомъ видѣ, т. е. безъ прибавленія какихъ либо условій и не въ отвѣщенномъ видѣ, а съ конкретными числами, не затруднитъ учащихся. Учителю слѣдуетъ только, какъ говорилось выше, послѣ рѣшенія подобной задачи или нѣсколькихъ одинаковыхъ сдѣлать *общеніе* **), т. е. выразить въ отвѣщенной формѣ, что слѣдуетъ дѣлать при рѣшеніи подобной задачи ***) Чтобы привести къ сопоставленію нѣ-

*) Понятность простыхъ задачъ, входящихъ въ составъ разсматриваемой сложной, выражается слѣдующими словами.

1) со второго покупателя получено больше на 1 р. 50 к. 1 р. 20 к. 30 к.;

2) второму покупателю апельсиновъ продано 15 шт.—10 шт. 5 шт.

3) за апельсинъ платили 30 к.: 5 6 к.;

4) первымъ покупателю заплатили на 10 ал. 6 к. 10 60 к.

5) 15 яблокъ стоятъ 1 р. 20 к.—60 к. 60 к.;

6) одно яблоко стоитъ 60 к.: 15 4 к.;

7) 10 яблокъ стоятъ 4 к. $\times 10$ 40 к.

**) Это дѣлается въ началѣ занятій, о чемъ, можетъ быть, не думая, забудетъ дѣлать учитель, а также и о томъ, что подготовительныя бывающія трудной задачей, въ обыкновенныхъ случаяхъ, не должны совершенно пропускаться рѣшенію, а составятъ содержаніе особаго дѣла, углубленнаго въ рѣшеніи задачъ во время курсъ,—потому ученики подготовляются не къ рѣшенію однихъ только какъ-нибудь задачъ, а въ ихъ особомъ, рѣшавъ систематически подобранныя задачи, такъ подобранныя чтобы въ нихъ рѣшаемыя задачи вошли все, нужная для рѣшенія замѣчательныхъ трудныхъ.

***) Рѣшеніе простыхъ задачъ, входящихъ въ составъ въ того примѣра, должно привести къ заключеніямъ (обобщеніямъ): чтобы, по цѣнѣ нѣсколькихъ одинаковыхъ предметовъ и числу ихъ, узнать цѣну одного, надо эту величину разделить на то, что стоитъ одинъ (третья задача) и т. д.

сколькихъ задачъ, когда каждая изъ нихъ уже можетъ быть рѣшена, нужно предлагать сперва такія сложныя, которые легко разбиваются на простыя. Въ разсматриваемомъ примѣрѣ первыя сопоставленія, на которыя слѣдуетъ обратить вниманіе, т. е. легчайшія—слѣдующія: зная цѣну нѣсколькихъ одинаковыхъ предметовъ, какъ узнать цѣну другого числа или подобное заключеніе вытекаетъ изъ рѣшенія задачъ съ конкретными числами, напримѣръ, за 5 апельсиновъ заплачено 30 коп., сколько слѣдуетъ заплатить за 10 или какое либо другое число апельсиновъ и т. п.), потомъ—какъ по общей цѣнѣ предметовъ двухъ родовъ узнать цѣну одного предмета каждого сорта, если цѣна предметовъ одного рода извѣстна *) (заключеніе изъ ряда задачъ подобныхъ задачѣ: за 15 яблоковъ и 10 апельсиновъ имѣетъ заплачено 1 р. 20 к., а апельсины стоятъ 60 к., сколько стоитъ одно яблоко?). Кроме того, при разборѣ задачъ на опредѣленіе цѣны предметовъ слѣдуетъ починать указывать, что по цѣнѣ нѣсколькихъ предметовъ можно узнать цѣну одного только изъ нихъ, только тогда, если предметы одинаковы. (Переходя къ рѣшенію задачъ нѣсколько затрудняющихъ учениковъ по своей сложности, нерѣдко приходится наблюдать, что дѣти забываютъ объ этомъ, какъ только задача немного ихъ затрудняетъ, а рѣшить ее хочется).

Чтобы подойти къ наиболѣе грудному мѣсту рѣшенія нашей сложной задачи (онъ указанъ при разборѣ рѣшенія на стр. 101), нужно предложить учащимся такія задачи, въ которыхъ также сопоставлялись бы двѣ покупки, а всѣ остальные условія упростить. Можно, напримѣръ, предложить учащимся рѣшить такую задачу. За телѣгу и тройку лошадей просятъ 155 р., а за ту же телѣгу и одну лошадь меньше на 90 руб.; сколько стоитъ одна лошадь?

*) Въ настоящемъ случаѣ отвѣщенное выраженіе условій задачи довольно сложно, ученики подобныя сложныя выраженія понимаютъ вполнѣ отчетливо, если постепенно приучаются къ нимъ, но высказывать ихъ сами не могутъ. Требуется, чтобы они могли сами высказать и имѣть надобности, когда это заключеніе надо примѣнять къ новому случаю, учитель самъ спрашиваетъ, какъ поступаютъ въ тѣхъ случаяхъ, когда извѣстна цѣна предметовъ 2 сортовъ и т. д. Если же дѣти будутъ затрудняться, то въ трудныхъ случаяхъ можно и не указывать въ отвѣщенныхъ выраженіяхъ на ходъ задачи, но непрерывно указывая его въ болѣе легкихъ случаяхъ.

Эта задача легче потому, что въ ней прямо указано „ту же те-
тѣну“ *, и прямо указано на уменьшеніе цѣны, чѣмъ и обращается
вниманіе на это число; кромѣ того и числа въ этой задачѣ малы.
Послѣ рѣшенія подобной задачи слѣдуетъ обратить вниманіе учени-
ковъ на то, что уменьшеніе платы показывается цѣну лодки
только потому, что цѣна тетѣи не измѣняется, а если бы плата
уменьшилась не только оттого, что пролагается меньше лодки,
но и тетѣ а была бы другая, похуже, то и цѣну лодки нельзя
было бы узнать. Не мѣшаетъ также заставить опредѣлить цѣну
тетѣи.

Встрѣтившись во время занятій постепенно со всѣми пред-
ложенными подготовительными задачами и рѣшивъ не по одной,
а по нѣсколькимъ задачъ каждаго рода, мы думаемъ, учащійся уже
не затруднится рѣшить вѣтвую сложную задачу, можетъ быть не-
много подумать. Такимъ образомъ, упражненія каждаго періода,
постепенно развивая учащаго и сообщая имъ нужные навыки,
незамѣтно подготавливаютъ переходъ къ слѣдующимъ, болѣе труд-
нымъ и сложнымъ упражненіямъ.

Замѣтимъ еще, что при рѣшеніи подобныхъ простыхъ задачъ,
для рѣшенія которыхъ надо пропустить одно или два дѣй-
ствія, если ученики и затрудняются, то затрудненія ихъ, полагно,
происходятъ отъ другихъ причинъ, чѣмъ при разборѣ задачъ слож-
ныхъ; съ послѣднихъ учащихся всего болѣе затрудняетъ раздѣле-
ніе задачъ на рядъ простыхъ, открытіе послѣдовательности, въ ко-
торой надо воспользоуаться условіями задачи, но сама по себѣ
каждая изъ простыхъ задачъ, входящихъ въ составъ сложной, уже
не затрудняетъ его крайней мѣрѣ не должна, учащихся. При рѣ-

* Выр-женія, употребляемыя въ задачѣ, имѣютъ очень болѣе важное значеніе,
срѣдѣ другихъ, что, замѣтивъ нѣсколько оборотовъ рѣчи, разбирая слово
и т. д. еривать гласномъ общими наизусть части и т. д., удается помочь
ученикамъ. При рѣшеніи первоначальной задачи (стр. 101) тоже отчасти мож-
но было бы лавесъ и учениковъ въ рѣшеніи, предложивъ ее въ нѣсколько
вопросовъ видѣ разложить, допустимъ въ 15-ть яблоковъ и 10 апельсиновъ
продать 1 р. 20 к., а чѣмъ до 15 яблоковъ и 15 апельсиновъ продать 1 р. 50
к. и т. д. Но мы думаемъ, что начиная съ такой формы задачъ, вѣдѣдствіи
уже не съидетъ намеренно обогатить ее тужо заботиться о развитіи до-
кладывающаго условія и не прѣчатъ и разжевывающаго условія.

шений задач на одно дѣйствіе, ученики могутъ загроудиться только тогда, если не понимаютъ самаго вопроса, т. е. не замѣчаютъ, въ какомъ соотношеніи находятся данныя числа, другими словами, не успѣли еще вывести изъ наблюдений общее заключеніе о такомъ соотношеніи данныхъ (не успѣли его *замѣтить*, какъ говорятъ обыкновенно). Такъ какъ загроудненіе въ этомъ случаѣ другого рода, нежели при рѣшеніи сложныхъ задачъ, то и помощь со стороны учителя должна быть направлена въ другую сторону: нужно пополнить оказавшіеся недостатки наблюденія, т. е. предложить матеріалъ для нагляднаго рѣшенія, или же попробовать помочь уловить отношенія данныхъ, уменьшивъ данныя въ задачѣ числа; послѣдній приемъ очень часто помогаетъ, такъ какъ дѣти нерѣдко имѣютъ уже нужныя представленія объ отношеніяхъ величинъ, но не успѣли еще обобщить ихъ (отвѣтъ отъ представившихся имъ частныхъ случаевъ), потому простого напоминанія о подобныхъ случаяхъ бываетъ достаточно, чтобы ученики могли понять отношеніе данныхъ задачи. Если, напримеръ, ученики не успѣли еще понять, какъ по цѣнѣ 27 яблоковъ узнать цѣну 47 яблоковъ, то слѣдуетъ предложить ту же задачу, но съ меньшими числами, напримеръ: 3 яблока стоятъ 12 коп., сколько надо заплатить за 2 яблока *). Если и такое упрощеніе задачи не помогаетъ, то надо дать ученикамъ деньги, уплачиваемая за 3 яблока въ руки (дать копѣйками) и предложить отдѣлить то, что приходится изъ этихъ денегъ за два яблока **).

*. Графъ. Л. Н. Толстой подобный приемъ советуетъ применять во всѣхъ случаяхъ. Изъ предыдущаго видно, что мы считаемъ такой приемъ неудовлетворительнымъ въ случаѣ серьезныхъ затрудненій, какъ онъ разъясняе тій дѣла. Да и понятно, что одинъ и тотъ-же приемъ не можетъ быть полезенъ въ столь разнообразныхъ случаяхъ затрудненій. Притомъ всегда слѣдуетъ стремиться заставить работать мысль ученика, а не дѣйствовать только наглядностью.

**). Не мѣшаетъ замѣтить, что для облегченія учащимся лучше переходить отъ цѣны бѣльшаго числа яблокъ къ цѣнѣ меньшаго числа ихъ, а не наоборотъ, такъ какъ въ первомъ случаѣ при наглядномъ рѣшеніи, раздѣляя плату на яблоки по числу ихъ, ученики увидятъ, сколько приходится на т. е. умноживъ число на въ то же время увидятъ, что для разсчета придется воспользоваться цѣной одного яблока). Цѣна одного яблока конечно, должна быть дѣльнымъ числомъ.

На рѣшеніе яныхъ задачъ даже почти невозможно навести учащихся безъ предварительной подготовки, если не желаемъ просто подсказать рѣшеніе (дать готовое рѣшеніе, объясненіе его). Возьмемъ, напримѣръ, задачу, подобную которой можно найти, кажется, во всякомъ сборникѣ арифметическихъ задачъ: одинъ работникъ можетъ скосить дугъ въ 5 дней, другой въ 6 дней; во сколько времени кончатъ они работу, если будутъ косить вмѣстѣ? Дѣти, почти всегда, совершенно не умѣютъ приняться за рѣшеніе такой задачи, и если нѣкоторые пробуютъ приняться рѣшать ее, то обыкновенно складываютъ данныя числа, говоря, что оба работника окончатъ работу въ 11 дней. Указать имъ ошибку легко; но если хотимъ навести на рѣшеніе, то непременно нужно обратить вниманіе дѣтей на необходимость вычисленія, сколько каждый работникъ дѣлаетъ въ одинъ день. (Идя, напримѣръ, отъ допущенія противоположнаго, спрашивая: можетъ ли онъ кончить работу въ одинъ день). Такъ какъ данныхъ чиселъ въ задачѣ всего два, то съ нихъ неизбежно приходится начинать рѣшеніе и объясненіе: сами ученики совсемъ не могутъ сообразить, какъ приняться за рѣшеніе, какъ воспользоваться числами, потому и навести на рѣшеніе безъ подсказыванія его не удастся. Что же затрудняетъ учащихся? Учителю необходимо рѣшить этотъ вопросъ, чтобы дѣйствовать разумно и вѣрно направить свою помощь; нѣтъ сомнѣній, что рѣшить задачу мѣшаетъ дѣтямъ непониманіе необходимости знать количество работы, исполняемой *въ единицу времени*, для разчета, сколько времени нужно для работы. Дѣти не понимаютъ этого отвлеченно (сознавать это при рѣшеніи вопроса, такъ какъ мѣра работы-отвлеченная: надо узнать, какую *долю работы* исполнить каждый работникъ въ одинъ часъ), но на конкретныхъ примѣрахъ могутъ понять легко, если мѣра работы не будетъ выражаться отвлеченнымъ числомъ. Понятно, что при такихъ условіяхъ помощь учащимся можно только предварительной подготовкой: ученики должны дойти предварительно до пониманія указанного сейчасъ отвѣченія: „для разчета, сколько времени нужно для исполненія работы, необходимо знать, сколько успѣваетъ сдѣлать работникъ (или нѣсколько работниковъ, въ одинъ день или въ одинъ часъ (въ единицу времени)“. Если это будетъ достигнуто, навести учениковъ на рѣшеніе предложенной задачи будетъ уже легко.

стоит только спросить, какия числа надо знать, что нужно знать, чтобы опредѣнить время, необходимое для исполненія работы. Рассчитавъ, какую долю работы исполняетъ каждый работникъ въ одинъ часъ, дѣти смогутъ.

Для выработки понятія о дѣлахъ, при посредствѣ которыхъ можетъ быть опредѣлено время, нужное для исполненія работы, долженъ быть данъ рядъ подготовительныхъ задачъ *). Во-первыхъ, должны быть даны задачи, которыя познакомятъ бы дѣтей съ тѣмъ, какъ опредѣляется количество работы, исполняемой въ единицу времени. (Рѣшая, напримѣръ, задачи подобныя слѣдующимъ: 1) въ амбарѣ 75 кулей муки: одинъ работникъ можетъ перенести въ другое помѣщеніе всѣ кули въ 5 часовъ: сколько можетъ онъ перенести въ часъ? 2) 5 работниковъ возятъ кирпичи съ барки на берегъ, на баркѣ было всего 45,000 штукъ, работа была окончена въ 3 дня: сколько кирпичей можетъ свезти каждый работникъ въ одинъ день?) Во-вторыхъ, слѣдуетъ познакомить съ обратными задачами, въ которыхъ по количеству всей работы и по количеству работы, исполняемой въ одинъ часъ, опредѣляется время, нужное для работы. Въ третьихъ, надо дать задачи, въ которыхъ опредѣлилось бы, какая доля работы исполняется въ часъ. (Напримѣръ: ученикъ переписалъ всю заданную работу въ три часа: сколько (или какую часть) переписывалъ онъ въ часъ?) Пять рѣшеній ряда подобныхъ задачъ и должно быть изведено то отвлеченное выраженіе заключеніе, которое имѣлось въ виду.

Разберемъ еще, какия задачи слѣдуетъ дать ученикамъ, чтобы они впоследствии могли рѣшить третью изъ разобранныхъ нами сложныхъ задачъ (стр. 102, тоже безъ бо льшой помощи учителя **).

Опредѣлить плату, причитающуюся за всѣ дни, опредѣлить уменьшеніе платы за все время, опредѣлить число тѣхъ дней, въ которые онъ не работалъ, когда уже известно насколько уменьши-

* Онѣ также даются не сразу и т. д., а постепенно по мере

** Полное рѣшеніе ее выражается слѣдующими стрѣлками

1) За 45 дней работникъ должен был получить 2 р. 50 к. — 45 р. 50 к.

2) Онъ получил меньше — 67 р. 50 к. — 54 р. 90 к. — 12 р. 60 к.

3) За невыполненіемъ дѣла съ нимъ взыскается 1 р. 50 к. — 30 к. — 1 р. 80 к.

4) Онъ не работалъ $1260 : 180 = 7$ дней.

5) Работалъ онъ 45 д. — 7 д. — 38 дней.

лась плата за все время и сколько удерживается за одинъ пропущенный день, наконецъ число рабочихъ (въ послѣдней простой задачѣ) не затрудняютъ учащихся; достаточно только, чтобы подобныя задачи встрѣтились ученикамъ во время занятій. Изъ простыхъ задачъ, вошедшихъ въ составъ данной, можетъ затруднить только одна: опредѣленіе суммы, которую теряетъ работникъ въ тотъ день, когда не работаетъ. При разборѣ задачи (на стр. 109) было указано, какъ помочь ученикамъ въ ея рѣшеніи (посредствомъ вопроса оъ противоположнаго: развѣ съ него ничего не вычтутъ за этотъ?); дѣти довольно легко соображаютъ, въ чемъ дѣло (хотя иногда они забываютъ объ этомъ, при разборѣ другой подобной задачи). Теперь посмотримъ, какія задачи можно предложить, чтобы учащиеся могли научиться опредѣлять последовательность, въ которой должны быть рѣшены эти простые задачи при рѣшеніи сложной. Опредѣленіе этой последовательности въ сущности одно только и затрудняетъ дѣтей при разборѣ данной сложной задачи. Для достиженія цѣли советуемъ предложить слѣдующій рядъ задачъ (или подобныхъ имъ): 1) Работникъ получаетъ въ день 1 р. 50 к., если же въ какомъ-нибудь день онъ не работаетъ платы за этотъ день не даютъ; черезъ мѣсяць онъ получилъ 37 р. 50 к.; сколько съ него вычли? 2) Работникъ получаетъ въ день 1 р. 50 к., если же въ какой-нибудь день не работаетъ, то ему не платятъ и еще съ него удерживается въ этотъ день 30 к. за еду; сколько получилъ онъ черезъ мѣсяць, если работалъ только 25 дней*). 3) Работникъ условился работать за 1 р. 50 к. въ день, а черезъ мѣсяць получалъ лишь 37 р. 80 к., вѣрно ли сдѣлать расчетъ? Если онъ получилъ за 30 дней лишь 37 р. 80 к., сколько съ него вычли за все дни? **, 4) Работникъ въ день получаетъ 1 р. 50 к.; если онъ не работаетъ въ какой-либо день, то плата за все время

*) Рѣшенію задачи одобрили дѣтское даетъ ученикамъ возможность рѣшить ту простую задачу, которая ихъ затрудняетъ, какъ говорилось выше, безъ помощи на однихъ по роковы стъ сивѣтскаго Радум етея, нужно будетъ указать досла дачня то, ка а дѣлывается плата, если работникъ день не работалъ.

**) Небольшіе различія вопросовъ при составленіи условій всегда отвечаетъ учащимся. Первымъ слѣдуетъ сдѣлать тотъ вопросъ, который долженъ быть рѣшенъ прежде. Но въ то же время не нужно дѣлать, для облегченія дѣла, изъ этихъ двухъ вопросовъ двухъ отдѣльныхъ задачъ.

работы уменьшается на 1 р. 80 к. з. каждаго пропущеннаго дня, сколько дней было пропущено, если за мѣсяцъ работникъ получилъ лишь 37 р. 80 к.?

Если ученики будутъ очень способны, то можно и не предлагать всѣхъ задачъ; но такъ какъ эти задачи не будутъ предложены одна за другою, а будутъ отдѣлены одна отъ другой болѣе или менѣе значительнымъ промежуткомъ времени и будутъ предложены въ различной формѣ (теперь имъ придано одинаковое почти содержаніе и въ нихъ даны почти одинаковыя числа, чтобы легче было слѣдить за ихъ отношеніемъ къ разбираемой задачѣ), то они явятся обычными упражненіями въ рѣшеніи задачъ, не обременяющими учащихся, но могущими очень много помочь имъ при рѣшеніи болѣе сложныхъ задачъ, отъ которыхъ мы исходимъ, если только онѣ (т. е. болѣе легкія задачи) не пройдутъ незамѣченными, другими словами — если учитель сумѣетъ воспользоваться ими и сдѣлаетъ по поводу ихъ рѣшенія нужныя указанія, о значеніи и формѣ которыхъ говорилось нѣсколько выше. Первая изъ приведенныхъ ряда задачъ обращаетъ вниманіе учащихся на необходимость принимать въ расчетъ не только условленную плату, но и могущія быть измѣненія ея. (Сами учащіеся очень часто вовсе не замѣчаютъ этого и потому затрудняются расчетомъ). Вторая задача на примѣрѣ, слѣдовательно какъ бы наглядно, покажетъ, что плата работнику уменьшается и отъ дѣлаемаго вычета, и отъ удержанія подневной платы. Учащіеся, зная число рабочихъ дней, всегда сдѣлаютъ расчетъ вѣрно: опредѣлятъ дѣйствительно полученную сумму, а потомъ дѣйствительно и вычетъ: составивъ двѣе сравнить полученную въ дѣйствительности плату съ той, которая причитается за полный мѣсяцъ, легко будетъ на *примѣрѣ*, вполне ясно для учащихся, показать, насколько уменьшается мѣсячный заработокъ, если одинъ день будетъ проведенъ работникомъ безъ работы*). Третья задача покажетъ, что при расчетѣ надо обра-

*) Замѣтимъ здѣсь, что въ подобныхъ случаѣхъ, затрудняясь нѣсколько учениковъ, весьма важно снѣтъ не говорить объ этихъ затрудненіяхъ, не упоминать о нихъ и дѣловити, а указать на явное примѣра уже послѣ разбора его. Въ разматриваемомъ случаѣ, предлагая задач. не слѣдуетъ упоминать объ уменьшеніи заработка, и нужно требовать расчета сколько получитъ работникъ, когда же расчетъ будетъ уже сдѣланъ указать на то, какъ уменьшается мѣсячный заработокъ.

щать вниманіе не только на полученную плату, но и на причитающуюся плату за все время работы; а вторая часть ее заставитъ сравнить дѣйствительно полученную плату съ платой, причитающейся за все время. Наконецъ, четвертая задача научить рассчитывать число дней, проведенныхъ безъ работы, по уменьшенію заработной платы за все условленное время. Рѣшеніе взятой сложной задачи требуетъ сопоставленія всѣхъ этихъ частныхъ задачъ.

Разобравъ подобнымъ же образомъ другія задачи, до умѣнья рѣшать, которыя хотимъ довести своихъ учениковъ, можно подобрать всѣ тѣ задачи, которыя должны войти въ курсъ для постепеннаго развитія навыка въ рѣшеніи задачъ и подготовленія учащихся къ рѣшенію болѣе трудныхъ задачъ *). Работа эта—не маленькая, но если она будетъ выполнена только отчасти, лишь относительно нѣкоторыхъ задачъ... и тогда принесетъ она значительную пользу учащимся. Она облегчается еще тѣмъ, что собранныя задачи, нужныя для подготовки къ рѣшенію трудныхъ задачъ, нѣтъ необходимости приводить въ строго определенный порядокъ: онѣ должны распределяться по всему курсу, должны сперва имѣть значеніе совершенно самостоятельныхъ задачъ, а потому достаточно, чтобы каждая изъ нихъ встрѣчалась въ нѣсколько разъ въ курсѣ (смотря по степени трудности), но порядокъ ихъ безъ всякаго затрудненія можетъ быть измѣняемъ. Я утверждаю, что, подобравъ указаннымъ способомъ задачи, преподаватель всегда можетъ постепенно довести своихъ учениковъ до умѣнья рѣшать всѣ задачи на такъ называемыя „правила“ (голарифства, сложнаго тройнаго правила, вычисленія процентовъ и смѣшенія); тогда *примененіе* правилъ будетъ извѣстнымъ, и они получатъ свое настоящее значеніе, т. е. слѣдуютъ и въ глазахъ учениковъ простымъ указаніемъ на общій приемъ рѣшенія однородныхъ задачъ.

Пониманію рѣшеній задачъ и сопоставленій данныхъ не мало помогаетъ также обычай проверять рѣшенія, т. е. опредѣлять, согласны ли рѣшеніе съ условіями задачи; проверять рѣшенія всѣхъ задачъ нѣтъ надобности, но слѣдуетъ часто это дѣлать, осо-

* Чтобы не затруднять читателей общими замѣчаніями, но въ то же время дать разработанные материалы, чтобы о чѣмъ нѣтъ въ книгѣ, я приведу еще нѣсколько примѣровъ постановки задачъ, относящихся къ рѣшенію особенно характерныхъ и важныхъ задачъ, въ особомъ разработанномъ къ этой главѣ.

бежно если рѣшавшаяся задача затрудняла учащихся, или учитель желаетъ обратить на нее особенное вниманіе учащихся *).

Миръ не разъ уже приходилось говорить, насколько важно для развитія умѣнья понимать и рѣшать задачи не ограничиваться простымъ рѣшеніемъ задачъ, какъ это часто бываетъ, и доводить учащихся до возможно болѣе глубокаго вниканія въ содержаніе рѣшаемыхъ задачъ. Заставить вникнуть въ сущность рѣшаемыхъ вопросовъ и приемы ихъ рѣшенія нетрудно: нужно только побольше останавливаться на разборѣ задачъ и ихъ рѣшеній. (Какъ предлагать задачу уже сказано.)

Прежде всего нужно позаботиться о возможно болѣе отчетливомъ усвоеніи придуманнаго рѣшенія. Для этой цѣли слѣдуетъ требовать отъ учениковъ, чтобы они приучались разсказывать составленное рѣшеніе задачи и излагать его письменно, то въ сжатой формѣ, то съ подробнымъ объясненіемъ, смотря по требованію учителя. Чтобы учащіеся привыкли обращать вниманіе на приемы рѣшенія задачъ, надо послѣ рѣшенія нѣсколькихъ однородныхъ задачъ, въпервыхъ, отвлеченно выражать сущность вычисленія (какъ было сказано и пояснено примѣрами), во вторыхъ — указывать на сходство условій и хотя рѣшена взятыхъ задачъ, поясняя, что такъ и всегда могутъ быть рѣшаемы подобныя задачи. Приучить дѣтей къ правильному и связному разсказу найденнаго рѣшенія нетрудно: стоитъ только съ самаго начала, при рѣшеніи самыхъ простыхъ задачъ требовать отъ учащихся разсказа о томъ, что они дѣлали для рѣшенія задачи. При переходѣ къ болѣе сложнымъ задачамъ, пересказъ рѣшенія могъ-бы затруднить учащихся, такъ какъ они въ первое время быстро забываютъ последовательность, въ какой производились дѣйствія; записываніе рѣшеній помогаетъ дѣлу. По мѣрѣ рѣшенія каждое вычисленіе записывается на класной доскѣ, одно подъ другимъ, такъ что порядокъ записи показываетъ последовательность, въ которой производились дѣйствія; значеніе каждаго вычисленія помнится ученикамъ, поэтому его нѣтъ надобности и записывать. Смотри на доску, цѣли обильно легко могутъ правильно разсказать ходъ рѣше-

*) Какъ приучать дѣтей къ повѣркѣ задачъ — будетъ сказано въ прибавленіи къ настоящей главѣ.

ни задачи. Однакоже подобнымъ образомъ записывать дѣлаемыя вычисленія слѣдуетъ только до тѣхъ поръ, пока ученики затрудняются пересказомъ длиннаго, но не груднаго рѣшенія, потому что продолжая записывать такія рѣшенія, которыя уже легко могутъ быть удержаны въ памяти, мы будемъ даромъ терять время и приучать дѣтей къ ожиданію помощи тамъ, гдѣ они могутъ безъ нея обойтись, т. е. будемъ пропускать случай лишній разъ возбудить самодѣятельность дѣтей. Конечно, всякій хорошій учитель стремится къ противоположному.

Для оживленія занятій пересказъ рѣшенія задачи полезно вести въ различныхъ формахъ, иногда, напримеръ, требуя только перечисленія по порядку тѣхъ искомыхъ, которыя нужно найти при рѣшеніи задачи, въ другихъ случаяхъ требуя указанія каждаго дѣйствія и цѣли, съ которою оно дѣлается, въ третьемъ случаѣ требуя не окончательнаго перечисленія частныхъ задачъ (простыхъ, входящихъ въ составъ сложной), но свѣдѣнаго разсказа о найденномъ пути рѣшенія. Но каждую новую форму упражненій можно вводить только тогда, когда учащіеся вполне освоились съ прежней. Познакомивъ съ новою формою упражненій, слѣдуетъ сдѣлать значительное число соответствующихъ упражненій, чтобы учащіеся привыкли къ новому роду работъ. Смысла однихъ упражненій другими разнообразить занятія, но если она дѣлается прежде, чѣмъ учащіеся вполне освоились съ каждымъ видомъ упражненій, то они будутъ сбиваться, и вмѣсто оживленія занятій мы только напрасно обременимъ учащихся, а въ худомъ случаѣ, пожалуй, наведемъ на нихъ уныніе, сбивъ ихъ съ толку своими требованіями. Путь надобности также всегда неизмѣнно требовать разсказа рѣшенія; въ легкихъ случаяхъ полезно иногда удовольствоваться получешемъ отвѣта, чтобы, допуская разнообразіе, доставить удовольствіе ученикамъ. Какъ-бы хорошо ни было упражненіе само по себѣ, оно можетъ надоесть ученикамъ, и мы думаемъ, что полезно дѣлать имъ иногда уступки; это не помѣшаетъ опытному учителю сохранить обычную требовательность и повиновеніе учащихся, но поможетъ ему ближе встать къ ученикамъ, сдѣлаться имъ пріятнѣе черезъ это; а такой результатъ можетъ принести гораздо больше пользы, чѣмъ неизмѣнная требовательность, неослабная настойчивость. И здѣсь приходится сказать: во всемъ учитель долженъ

знать мѣру, оттого-то такъ и трудно быть хорошимъ учителемъ. Можно сказать вообще, что учитель долженъ быть руководителемъ учащихся и потому долженъ быть требователемъ, долженъ влиять на учениковъ и заставить слушаться, но уступки въ своихъ требованіяхъ онъ долженъ дѣлать: дѣти не машины, которыя могутъ всегда одинаково работать.

Рѣшеніе первой изъ разбиравшихся задачъ можетъ быть, напримеръ, рассказано слѣдующимъ образомъ

1) Сперва узнаемъ, насколько второй покупатель заплатилъ больше чѣмъ первый, потомъ узнаемъ, сколько лишнихъ апельсиновъ купилъ второй покупатель и т. д., перечисляя, можно сказать, записанными выше отдѣльныя простыя задачи, входящія въ составъ сложной. 2) Для рѣшенія задачи мы отнимемъ 1 р. 20 к., отъ 1 р. 50 к., чтобы узнать, насколько первый покупатель заплатилъ меньше, чѣмъ второй; потомъ узнаемъ, насколько больше купилъ апельсиновъ второй, чѣмъ первый, а для того вычтемъ 10 к. изъ 15 к.; за эти 5 апельсиновъ заплачено 30 к.; чтобы узнать, сколько стоитъ одинъ апельсинъ, раздѣлимъ 30 к. на 5 и т. д. 3) Второй покупатель заплатилъ дороже потому, что купилъ больше; узнавъ, насколько больше онъ купилъ апельсиновъ и насколько больше онъ заплатилъ, мы узнаемъ, что стоятъ эти добавочные апельсины. Выходитъ, что за 5 апельсиновъ покупатель заплатилъ 30 к. Такъ какъ 5 апельсиновъ стоятъ 30 к., то одинъ будетъ стоить въ 5 разъ дешевле, т. е. 6 к., а десятковъ въ десять разъ дороже одного, т. е. 60 к. (или прямо: десятковъ вдвое дороже 5 апельсиновъ, значитъ, мы узнаемъ цѣну десятка апельсиновъ, когда удвоимъ цѣну пяти) и т. д.

Различныхъ формъ пересказа рѣшенія можно придумать очень много, полезно представить иногда учащимся и самимъ придумывать формы разсказа (т. е., ничего не говоря имъ, велѣть разсказывать рѣшеніе, если могутъ); но во всякомъ случаѣ важно болшинство упражненій вести въ той или другой, но въ определенной формѣ, чтобы ученики знали, что имъ нужно дѣлать и не останавливались въ недоумѣніи, чтобы не происходило временныхъ замѣшательствъ, которыми такъ ловко пользуются ученики у слабыхъ учителей, устраивая для себя развлеченіе. Опродѣленность формъ упражненій всегда способствуетъ болѣе быстрому развитію

навыка въ рѣшеніи вопросовъ. Когда учащіеся привыкнуть разсказывать ходъ рѣшенія предлагаемыхъ задачъ, полезно иногда заставлятъ разсказывать ходъ рѣшенія только что разобранный задачи въ общемъ видѣ, т. е. не называя чиселъ, а только указывая ихъ значеніе. Напримеръ, рѣшеніе той-же задачи можетъ быть выражено слѣдующимъ образомъ: „сначала надо узнать, на сколько второй покупатель заплатилъ больше перваго, а для того надо изъ суммы, уплаченной вторымъ, вычесть то, что заплатилъ первый; далѣе надо узнать, на сколько апельсинъ больше взялъ второй покупатель, а для этого надо вычесть то число апельсинъ, которое купилъ первый, изъ того числа, которое показываетъ, сколько купилъ второй и т. д.“. Конечъ рѣшенія изложимъ для примѣра въ нѣсколько другой формѣ, болѣе легкой, потому что въ ней не требуется связнаго разсказа, а только указываются по порядку тѣ простыя задачи, на которыя распадается данная. Итакъ излагаемъ конечъ рѣшенія въ новой формѣ. „Потомъ узнаемъ цѣну одного апельсина, для этого надо (денги) сумму, уплаченную за все количество апельсинъ, раздѣлить на число ихъ; а узнавъ цѣну одного апельсина, узнаемъ цѣну десятка, если помножимъ первую на десять; потомъ, надо узнать, что было заплачено за яблоки; для этого изъ суммы, уплаченной за всю покупку, слѣдуетъ вычесть то, что было уплачено за апельсины“ и т. д. Значеніе подобнаго упражненія было уже указано; даются дѣлать они легко.

Съ самаго начала занятій, по моему мнѣнію, нужно стремиться къ тому, чтобы учащіеся могли разсказать придуманное ими рѣшеніе предложенной задачи прежде, чѣмъ примутся за вычисленія.

Записываніе рѣшеній имѣетъ то значеніе, что оно лучше всего закрепляетъ въ памяти учащихся рѣшеніе разобранный задачи, помогаетъ охватить его въ цѣломъ объемѣ, заставлятъ учащихся дать себѣ полный отчетъ по всемъ рѣшенію (безъ этого нельзя и записать), наконецъ лучше всего выражаетъ степень пониманія рѣшенія задачи (какъ цѣлымъ классомъ, такъ и каждымъ учащимся въ отдѣльности, если все ученики записываютъ рѣшеніе у себя въ тетрадяхъ, а на классной доскѣ оно не пишется), слѣдовательно и то, въ какую сторону должны быть направлены усилія учителя.

Письменное объясненіе рѣшенія приучаетъ учащихся къ послѣдовательному изложенію мыслей.

Въ первое время можно требовать отъ учениковъ записыванія только отдѣльнаго дѣйствія; если они сдѣлаютъ это, то, значить, понимаютъ, что надо было сдѣлать для рѣшенія данной простой задачи. Когда учащіеся познакомятся съ обозначеніемъ каждаго изъ четырехъ дѣйствій, можно предлагать записывать рѣшенія сложныхъ задачъ, но не цѣлое рѣшеніе сразу, такъ какъ и запомнить его дѣти въ первое время затрудняются, а последовательно записать его еще труднѣе. Учащіеся записываютъ каждое отдѣльное вычисленіе, какъ только оно будетъ сдѣлано ими изустно, а последовательность въ записи вычисленій будетъ соблюдаться потому, что записываться они будутъ въ томъ-же порядкѣ, въ какомъ дѣлаются. Располагать всѣ дѣлаемые вычисленія слѣдуетъ непременно держа въ какой-нибудь опредѣленной, принятой учителемъ формѣ. Безпорядочно разбросанное вычисленіе не даетъ возможности ни обозрѣть ходъ рѣшенія, не удобно проверять вычисленія, если въ нихъ окажется ошибка, тогда какъ все это легко дѣлается при правильномъ расположеніи вычисленій, а вмѣстѣ съ тѣмъ учащіеся привыкаютъ систематически вести работу, не кидаясь отъ одного вычисленія къ другому. Но, разумеется, можно только, чтобы была *опредѣленная* форма, а формы могутъ быть различны. Удобная форма для записи въ сжатомъ видѣ хода рѣшенія — записываніе каждаго отдѣльнаго вычисленія въ особой строкѣ (въ такой формѣ, только съ прибавкой еще въ каждой строкѣ указанія значенія числа, получаемого при вычисленіи, приведены были рѣшенія разбиравшихся выше задачъ). Такъ какъ въ первое время обученія вычисленія дѣлаются только съ маленькими числами, то записывать слѣдуетъ только данныя и результатъ вычисленія, самое же вычисленіе производится въ умѣ *). Когда числа задачъ сдѣлаются настолько велики, что вычисленія уже нельзя будетъ производить въ умѣ, все-таки послѣ выполненія вычисленій полезно записать ходъ рѣшенія въ видѣ строчекъ, чтобы удобно было его обозрѣть; но непременно слѣдуетъ наблюдать за правильностью расположенія самыхъ вычисленій. Дѣти, предоставленыя самимъ собѣ, ужасно любятъ дѣлать вычисленія на разныхъ клочкахъ бумажекъ, даже просто на столѣ, только не въ тетради, желая сохранить чистоту послѣдней;

*) Почему вычисленія должны дѣлаться въ умѣ говорилось въ первыхъ главахъ руководства.

по чтобы приучить къ настоящей чистотѣ и порядку, необходимо требовать производства всѣхъ вычисленій въ тетради: тогда только привыкнуть дѣти заботиться о порядкѣ вычисленій, зная, что учитель можетъ видѣть всѣ ихъ работы.

Приучивъ къ устному объясненію цѣли каждаго дѣлаемого вычисленія и къ пересказу цѣлыхъ рѣшеній, слѣдуетъ перейти къ письменному выраженію хода рѣшенія, сперва въ видѣ прибавленія письменнаго указанія, какое число найдено вычисленіемъ строки (какъ это сдѣлано въ приведенныхъ примѣрахъ разбора задачъ), а потомъ и письменнаго изложенія объясненія рѣшенія въ видѣ связнаго разсказа, подобнаго тѣмъ, которые приведены выше, какъ примѣры устнаго разсказа о ходѣ рѣшенія задачи. При переходѣ къ письменнымъ упражненіямъ необходимо соблюдать правило: не давать такой письменной работы, которая не была-бы не только подготовлена во время занятій въ классѣ, но также вполне прочтена и усвоена учениками, т. е. письменная работа новаго рода должна представлять простое письменное повтореніе того, что вполне выработано и нѣсколько разъ повторено на урокѣ. Для чѣмъ излагать письменнo свои мнѣя, вслѣдствіе непривычки, такъ трудно, что не выработавъ предварительно съ учителемъ, что имъ нужно написать, они часто совсѣмъ теряются и не могутъ сколько-нибудь правильно изложить то, что требуется. Когда же дѣти привыкнутъ къ письменнымъ работамъ какого либо рода, можно предлагать такого же рода работы безъ предварительной подготовки ихъ на урокѣ. Въ одноклассной школѣ связнаго изложенія рѣшенія задачи требовать не слѣдуетъ.

Здѣсь я считаю нужнымъ обратить вниманіе на значеніе упражненій въ связномъ изложеніи задачъ. Какъ ни хорошо само по себѣ упражненіе въ записываніи рѣшеній задачъ отдѣльными строками, но имъ однимъ ограничиваться въ 5-ти лѣтнемъ курсѣ нельзя: дѣти пріучаются тогда къ отрывочности изложенія, такъ какъ отъ нихъ подобное только изложеніе (отвѣтъ на вопросъ) и требуется.

Письменные работы (вычисленія и рѣшенія задачъ) получаютъ особенное значеніе, когда приходится заниматься съ двумя или тремя отдѣленіями разомъ: они представляютъ тогда единственное средство пополнить недостатокъ упражненій, дѣлаемыхъ съ учителемъ, и занять учащихся работой въ то время, когда преподаватель

заниять съ другимъ отдѣленіемъ. Получать новыя свѣдѣнія учащіеся, конечно, должны только отъ учителя (впослѣдствіи, когда выучатся понимать прочитанное, не рассказы для чтенія, а статьи, сообщающія научныя свѣдѣнія, и учебники, могутъ почерпнуть новыя свѣдѣнія и изъ книгъ), но письменныя упражненія могутъ дать обильный матеріалъ для упражненія въ томъ, что пройдено, для приобрѣтенія необходимаго навыка въ работахъ каждаго рода. Дѣти охотно занимаются письменными работами, какъ рѣшеніемъ задачъ, такъ и вычисленіями; однакоже, во время занятій учителя съ однимъ изъ отдѣленій ариметикой, вовсе нѣтъ необходимости давать другимъ отдѣленіямъ работу непременно тоже по ариметикѣ, какъ думаютъ иные; вполне удобно дать работу и по русскому языку или по какому либо другому предмету; какую именно работу слѣдуетъ дать — можетъ рѣшить только самъ учитель, сообразуясь съ ходомъ всѣхъ занятій своихъ учениковъ.

Кромѣ письменныхъ работъ собственно, во время занятій ариметикой полезно предлагать учащимся записывать кое-что и во время устныхъ занятій. Полезно, напримѣръ, иногда предлагать учащимся, когда они выучатся записывать ходъ рѣшенія задачи, писать его на своихъ доскахъ тотчасъ-же послѣ того, какъ задача будетъ рѣшена во время самаго урока; учитель, пока дѣти пишутъ, просматриваетъ ихъ работу и такимъ образомъ видитъ, какъ ведется каждый отдѣльный ученикъ, или по крайней мѣрѣ многіе изъ нихъ, ищетъ-ли кто изъ учениковъ помощи у соседей или нѣтъ *) и т. д. Полезно также упражнять иногда въ записываніи вычисленія дѣлаемыхъ въ классѣ примѣровъ, придумываемыхъ самими учениками на объясненное имъ правило и т. п. Одно неудобство можетъ быть при этомъ: если преподающій не владѣетъ классомъ, то для дѣтей держаніе досокъ и грифелей въ рукахъ служить поводомъ къ шалостямъ: то катится грифель и его ловить, то стучить доска, то любовь къ собственнымъ рисункамъ увлекаетъ учащагося, заставляя его забыть объ учителѣ и его объясненіяхъ. Тогда ужь лучше не позволять дѣтямъ вынимать

*. Иногда дѣти, не могущія сами ничего сдѣлать, стараются придать себѣ видъ ученика, легко могущаго исполнить данную работу, у котораго даже другіе ищутъ помощи и отъ которыхъ они загораживаются тетрадами, книгами и т. п. Это не мѣшаетъ знать учителямъ.

доски, а что нужно—записывать на классной доскѣ: потеря будетъ меньше, чѣмъ отъ нарушенія правильности хода занятія. Другое дѣло письменныя работы, предлагаемыя дѣтямъ во время занятій съ другимъ отдѣленіемъ: тогда дѣти имѣютъ передъ собою только одну работу.

До сихъ поръ я говорилъ о томъ, какъ рѣшать задачи и повѣрять ихъ, какъ готовить къ нимъ учащихся, какъ закрѣплять въ ихъ памяти найденное рѣшеніе и провѣрять правильность его пониманія. Но всего этого недостаточно, если мы не хотимъ пользоваться развитіемъ въ учащихся навыка рѣшать большіе или менѣе сложные задачи, по стремимся довести ихъ до возможно большаго развитія. Последнему же лучше всего (мы говоримъ о занятіяхъ арифметикой) можетъ способствовать работа надъ послѣдовательными теоретическими выводами изъ пройденнаго и разборъ задачъ, по возможности разносторонній. О значеніи первой уже говорилось, на второмъ мы остановимся теперь. Довольствуясь одними *уменьшеніями* задачъ, мы не дадимъ учащимся случая хорошенько вдуматься въ рѣшаемый вопросъ, настолько мало заставляемъ вдумываться, что большинство учащихся обыкновенно только и умѣютъ *„рѣшать задачи“*, но не тѣ численные вопросы, съ которыми они встрѣчаются въ жизни, какъ только форма этихъ вопросовъ не подходитъ подъ форму изложенія задачъ. Ученики работаютъ недостаточно самостоятельно. И на это до сихъ поръ у насъ еще мало обращается вниманія; въ существующихъ сборникахъ мало можно найти подходящаго материала для требуемой нами работы, а приемы вѣченія послѣдней, сколько намъ помнится, нигдѣ не указано. Учитель долженъ стремиться къ тому, чтобы учащиеся не только хлопотали-бы о полученіи „отвѣта“, т. е. окончательнаго результата, но и обдумывали, правильно-ли поставленъ самый вопросъ, можетъ-ли онъ быть рѣшенъ, при какихъ условіяхъ рѣшеніе дѣлается невозможнымъ и т. п. Всему этому можетъ научить только разносторонній разборъ задачъ (непрѣменно послѣ ихъ рѣшенія); причина этого будетъ видна изъ послѣдующихъ объясненій.

Каждая задача, сама по себѣ, есть вопросъ, который долженъ быть рѣшенъ на основаніи тѣхъ условій, которыя даны (или „данныхъ“, какъ обыкновенно говорятъ); если вопросъ (задача) данъ

арифметическій, то данныя непременно должны быть выражены въ числахъ, и отвѣтъ также долженъ быть данъ численно. Рѣшить арифметическую задачу и значить найти число, удовлетворяющее поставленнымъ условіямъ *). Но вопросы или задачи могутъ быть различнаго рода. Могутъ быть поставлены такіе условія, которыми или вовсе нельзя удовлетворить, или нельзя удовлетворить всѣмъ одновременно; тогда задача называется *невозможною*. Иногда можетъ быть найдено нѣсколько различныхъ рѣшеній задачи (вопроса), значить для рѣшенія ея данныхъ было недостаточно; задача называется тогда *неопредѣленною*. Если-же рѣшеніе можно найти и притомъ только одно, то задача называется *возможною и опредѣленною*. Таковы почти всѣ задачи, встречаемыя въ нашихъ сборникахъ. Но опредѣленная задача иногда возможна только при известной величинѣ данныхъ, а при измѣненіи величины ихъ дѣлается невозможною, хотя соотношенія данныхъ (ихъ взаимная зависимость) нѣсколько не измѣнились, а только величина ихъ; тогда задача называется *возможною при известныхъ условіяхъ*. (Величина данныхъ можетъ измѣняться, какъ говорятъ, только въ известныхъ предѣлахъ). Пояснимъ это простымъ примѣромъ. Не трудно найти два числа, если известны ихъ сумма и сказано, насколько одно число больше другого; сумма чиселъ и разность ихъ (показывающая насколько одно число больше другого) будутъ въ этомъ случаѣ данными, а неизвѣстныя слагаемые — искомыми. Положимъ, сумма равна 24, а разность 10; тогда одно изъ слагаемыхъ равно 7, другое 17 ($24 - 10 = 14$, $14 : 2 = 7$, $7 + 10 = 17$); задача возможна и имѣетъ опредѣленное рѣшеніе. Но какъ только мы назначимъ такую разность, которая больше суммы, то задача сдѣлается невозможной при взятыхъ величинахъ данныхъ. Не можетъ быть такихъ чиселъ, изъ которыхъ одно больше другого на 30 единицъ, а сумма ихъ 24. **)

*) При этомъ всегда подразумѣвается, что это число найдено не подборомъ чиселъ, не случайно, а путемъ такихъ послѣдовательныхъ вычисленій, изъ которыхъ каждое имѣетъ вѣстой опредѣленное значеніе, вытекающее изъ условій вопроса и которое рѣшивъ задачу можетъ объяснить.

**) Я подразумѣваю только арифметическія рѣшенія, допуская отрицательныя рѣшенія, конечно можно условно рѣшить задачу и при новой величинѣ данныхъ.

т. е. задача возможна только при извѣстномъ условіи, чтобы чѣмъ большая разность чиселъ была, меньше ихъ суммы. Нетрудно привести примѣръ и такой задачи, которую всегда можно рѣшить, какова бы ни была величина данныхъ, даже задачу положую на прѣтвѣдную: по суммѣ двухъ чиселъ и частному ихъ показывающему, во сколько разъ одно число меньше или больше другого найти эти числа; если сумма чиселъ 10, частное ихъ равно, положимъ, 3, то меньшее изъ нихъ равно $10 : (3 + 1)$, или $10 : 4 = 2\frac{1}{2}$, а большее $= 10 - 2\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$.

Можетъ быть и такой случай, что рѣшеніе задачи при извѣстной величинѣ данныхъ терпѣтъ свое значеніе отъ прибавки условій, не влияющихъ на самый ходъ рѣшенія. Положимъ, дана ученикамъ задача: отъ Петербурга къ Москвѣ 604 в.; одинъ изъ поездовъ ж. д. выходитъ въ 9 час. утра и идетъ по 26 верстъ въ часъ, а другой отходитъ въ 3 ч. дня и ѣдетъ по 40 верстъ въ часъ; черезъ сколько часовъ второй дойдетъ догонитъ первый? Рѣшеніе задачи понятно. Если теперь измѣнимъ часы отправления, примѣръ скажемъ, что второй поездъ отходитъ не въ 3 ч. дня, а 7 час. вечера, то хотя и возможно будетъ по прежнему вычислать, черезъ сколько часовъ второй поездъ догонитъ первый, но рѣшеніе не будетъ имѣть значенія: случится это должно было бы уже за Москвою, т. е. на разстояніи большемъ 604. Ученики почти всегда не замѣчаютъ этого, такъ какъ не имѣютъ обыкновенія анализировать въ вопросѣ. Чтобы хотя нѣсколько приучить болѣе внимательно относиться къ составленнымъ условіямъ, полезно представлять такіе задачи, указывая потомъ на несообразность даннаго отвѣта, которую ученики тогда легко замѣчаютъ и всею несраваляютъ свою ошибку. Впрочемъ, измѣнивъ нѣсколько постановку вопроса, а именно спрашивая: *на какомъ разстояніи перестанетъ второй поездъ догонять первый*, можно надѣяться, что учащійся, сдѣлавъ вычисления, сами имѣя въ виду недостатокъ времени для того, что въ второй поездъ могъ догнать первый поездъ: онъ раньше второго достигнетъ Москвы.

Вслѣдствіе той же непривычки обдумывать вопросы, ученики или затрудняются рѣшить, или неграмотно рѣшаютъ вопросы, подобныя слѣдующимъ: одинъ человекъ можетъ дойти отъ Петербурга до Новгорода въ 3 дня, во сколько времени дойдетъ другой ку-

пленимый кусок холста въ 22 аршина надо разрѣзать на полотнища, каждое длиною въ два аршина: сколько разъ придется разрѣзать? и т. д. Такіе вопросы, по нашему мнѣнію, изрѣдка полезно предлагать ученикамъ: они прѣучагъ лучше вникать въ условія вопроса, а учащимся всегда правятся. Не надо только увлекаться ими: тогда уже выйдетъ не дѣло, а забава.

При рѣшеніи всякаго вопроса или задачи *въ* условіи вопроса должны быть приняты во вниманіе, зависимость же между данными указываетъ, какія дѣйствія должны быть произведены для рѣшенія вопроса; другими словами, рѣшеніе вопроса (отвѣтъ) должно удовлетворить *вѣсь* даннымъ условіямъ. Если данная задача была определенной и возможной (обыкновенная задача), то, отбрасывая въ ней какое-нибудь условіе, мы черезъ это обратимъ ее въ неопределенную, если отброшенное условіе было необходимо для окончательнаго опредѣленія искомаго, т. е. если можно было найти только одно число, которое удовлетворяло-бы *вѣсь* даннымъ условіямъ. Тогда мы получаемъ задачу, рѣшеніе которой должно удовлетворять уже не *вѣсь* прежнимъ требованіямъ. Если, напримѣръ, во взятой выше задачѣ мы отбросимъ то условіе, что одно число больше другого на 10 (или во второй задачѣ условіе, что одно число больше другого въ 3 раза), оставивъ прежнее условіе, что сумма искомаыхъ = 24 (или 10 — во второй задачѣ), то получимъ задачу, которая можетъ имѣть множество рѣшеній. Въ самомъ дѣлѣ, паръ такихъ чиселъ, сумма которыхъ равна 24 (или 10) множество: 2 и 22, 10 и 14, $5\frac{1}{2}$ и $18\frac{1}{2}$ и т. д. Задача возможна и опредѣленная, если данныхъ условій достаточно; если мы прибавимъ къ даннымъ еще какое-нибудь условіе, и прежнее рѣшеніе не будетъ удовлетворять новому требованію, а рѣшеніе было только одно, то, очевидно, найти рѣшеніе, удовлетворяющее *вѣсь* условіямъ (вмѣстѣ съ новыми) совѣсь неспзя задача дѣлается *невозможною*. Если же новое условіе не противорѣчитъ, какъ говорятъ, прежнимъ, т. е. можетъ быть найдено число, удовлетворяющее какъ прежнимъ, такъ и новому условіямъ, то новое условіе будетъ *лишнимъ*: было только одно число, удовлетворявшее прежнимъ условіямъ, оно же удовлетворитъ, значить, и новому; но мы это число уже и прежде знали, следовательно новое условіе вовсе не пужно для опредѣленія искомаго, ли-

ишее. Прибавивъ къ взятой задачѣ, на примѣръ, что числа, сумма которыхъ 24, а разность 10, должны еще удовлетворять новому требованію: частное ихъ должно быть равно 3, мы съдѣлаемъ задачу невозможною. Прибавивъ въ той же задачѣ условіе, что одно изъ искомыхъ должно быть больше половины суммы на 5, мы прибавимъ лишнее условіе: такъ всегда само собою будетъ. Можно прибавить условіе, что одно искомое должно быть больше другаго въ 2^3 7 разъ (а не въ три раза), тогда задача также останется возможною, потому то прежнія искомыя удовлетворятъ и новому требованію; прибавленное условіе будетъ лишнимъ; когда же требовалось, чтобы одно число было не въ 2^3 7, а въ 3 раза больше другаго — новое требованіе противорѣчило прежнимъ.

Въ возможной и въ тоже время опредѣленной задачѣ всѣ данныя условія, если нѣтъ лишнихъ между ними, необходимы и вполне опредѣляютъ искомое, поэтому всѣ они находятся въ такой зависимости между собою и съ искомымъ числомъ, что каждое изъ данныхъ можетъ быть найдено по другимъ числамъ (остальнымъ даннымъ и искомому, которое слѣдовательно въ этомъ случаѣ дѣлается также даннымъ). Въ взятой примѣрѣ можно приять за искомое или сумму чиселъ (сами они тогда уже будутъ данными), г. е. число 24, или разность ихъ, т. е. число 10; та и другая обратная задача рѣшаются очень легко.

Нѣкоторымъ читателямъ можетъ быть покажется, что все сказанное о переходѣ задачъ изъ опредѣленныхъ въ неопредѣленные или невозможныя и обратно, удобно можно прослѣдить на такихъ отвлеченныхъ задачахъ, какъ приведенная нами для примѣра, и трудно примѣняется къ задачамъ съ конкретными числами. Примѣнимъ сказанное къ одной изъ прежнихъ (чтобы не приводить новыхъ и не занимать даромъ мѣста, сложныхъ задачъ). Возьмемъ прежнюю задачу на опредѣленіе цѣны яблокъ и апельсиновъ. Эта задача также возможна и опредѣленная; отъ прибавленія новаго условія она дѣлается невозможной, на примѣръ, если будетъ сказано, что третій покупатель взялъ 15 яблоковъ и 20 апельсиновъ и заплатилъ 1 р. 60 к., то прежнія искомыя этому новому условію удовлетворить не могутъ; если же будетъ сказано, что третій покупатель заплатилъ за свою покупку 1 р. 80 к., то прибавленное условіе не будетъ противорѣчить прежнимъ, но будетъ лишнимъ.

задача делается невозможною и в том случае, если прибавимъ, что апельсинъ обошелся втрое дороже яблокъ; число, показывающія цѣны тѣхъ и другихъ виолъ опредѣлились прежними условіями, а потому не могутъ удовлетворить новому; если-же будетъ сказано, что за апельсинъ было заплачено въ $1\frac{1}{2}$ раза дороже чѣмъ за яблоки, то это новое условіе не будетъ противорѣчить прежнимъ, но будетъ лишнимъ. Задача можетъ сдѣлаться невозможною при перемѣнѣ только величины данныхъ, т. е. величина постѣднихъ можетъ измѣняться лишь въ извѣстныхъ предѣлахъ. Если будетъ сказано, что первый покупатель съплатилъ 1 р. 20 к., а второй, купившій больше, заплатилъ меньше, напримѣръ 80 к., то, конечно, рѣшить задачу (удовлетворить условіямъ) будетъ невозможно.

Если одно изъ условій за ачи будетъ отброшено, то задачи сдѣлается неопредѣленною, т. е. можно будетъ найти нѣсколько чиселъ, удовлетворяющихъ оставшимся условіямъ. Положимъ, напримѣръ, что въ зачѣтѣ не будетъ сказано, сколько заплатилъ второй покупатель—тогда цѣна яблокъ и апельсинъ можетъ быть различна. Задача сдѣлается неопредѣленною и тогда, если будетъ сказано, сколько яблокъ купить второй и сколько заплатить за эту покупку, но не будетъ сказано, сколько было куплено или апельсинъ и т. д.

Если некомпая задачи будутъ извѣстны, то каждое изъ данныхъ можетъ быть принято за некое и найено по остальнымъ даннымъ и по прежнимъ некомпамъ. Принимъ за некое яблокъ, купленныхъ первымъ покупателемъ, мы получимъ обратную задачу, въ которой нѣкоторыя изъ прежнихъ данныхъ можно также не включать, какъ лишнія: 10 яблокъ стоятъ 40 к., 10 апельсинъ 60 к., покупатель вложилъ 10 апельсинъ и нѣсколько яблокъ, заплативъ за все 1 р. 20 к., сколько купилъ онъ яблокъ? Другая обратная задача получится, если будетъ сказано число яблокъ, купленныхъ первымъ покупателемъ, а число апельсинъ будетъ некомпамъ. Пде двѣ обратныя задачи получатся, если некомпамъ будутъ число яблокъ или число апельсинъ, купленныхъ вторымъ покупателемъ. Поимъ двѣ обратныя задачи можно получить, принявъ за некое сумму, уплаченную первымъ покупателемъ, или сумму, уплаченную вторымъ. Задача получится слѣдующая: десять яблокъ стоятъ 40 к., 10 апельсинъ 60 к.:

сколько долженъ заплатить покупатель, взявшій 15 яблокъ и 10 апельсиновъ? Обратныхъ задачъ всегда получается столько, сколько было данныхъ, такъ какъ каждое изъ нихъ можетъ быть принято за искомое.

Задачи дѣлаются невозможными, если мы прибавимъ какое-нибудь новое условіе; но это несколько не мѣшаетъ обращать данную задачу въ задачу все болѣе и болѣе сложную, вводя все новыя условія, только дѣйствуя не такъ, какъ прежде. Вводя новое условіе, которымъ требуется соблюденіе еще новой зависимости между данными, кромѣ прежней (напримѣръ, требуя, чтобы числа, сумма которыхъ равна 24, не только были одно больше другаго на 10 но, въ тоже время, одно больше другаго въ три раза) мы обращаемъ задачу въ невозможную; но если мы поступимъ иначе, сдѣлаемъ одно изъ данныхъ искомымъ, для опредѣленія котораго нужно будетъ дать два новыхъ данныхъ—задача сдѣлается болѣе сложной (такъ какъ число данныхъ увеличится и въ составъ ршенія войдетъ одной простой задачей больше), но остается возможною и дающею то же самое окончательное ршеніе. Въ разбиравшейся задачѣ, напримѣръ, мы можемъ предположить, что сумма, уплаченная вторымъ покупателемъ, не дава, а сказано, что она больше первой въ $1\frac{1}{4}$ раза. Такимъ образомъ прежнее данное придется отыскивать, умножая первую сумму на $1\frac{1}{4}$, т. е. ршая новую простую задачу, отчего данная сложная задача еще болѣе усложнится. Каждое изъ новыхъ данныхъ, въ свою очередь, можетъ быть сдѣлано искомымъ, а также каждое изъ первоначальныхъ данныхъ и т. д. безъ конца.

Со всѣмъ, что здѣсь сказано о задачахъ, полезно познакомиться учащимся, не въ такой общей формѣ, какъ высказано нами, но практически, на примѣрахъ. Почему это полезно? Да потому, что упражненія подобнаго рода относятся прямо къ *использованію* вопросовъ, ршаемыхъ учениками и вполне доступныхъ для нихъ, также какъ доступно и самое изслѣдованіе, а ничто не дѣйствуетъ такъ благотворно на развитіе учащихся, какъ изслѣдованіе тѣхъ вопросовъ, которые они ршаютъ, и вообще тщательная разработка тѣхъ свѣдѣній, которыя сообщаются дѣтмъ. Изслѣдованіе вопроса заставляетъ дать себѣ отчетъ въ каждомъ шагѣ ршенія, придаетъ осмысленность всему, что дѣлается, и это вполне чувствующъ

учащиеся и всегда интересуются подобными работами. Конечно, упражнения подобного рода не могут быть даны в первое время обучения, многие из них даже в первые годы обучения; нужна осторожность, чтобы не превратить силы учащихся, не обременить их и не наложить ученикам (а то и другое легко может быть, если требования учителя превышают силы учащихся), иначе можно вызвать даже отпадение к предмету, но, с осторожностью в введении упражнений и исключение их, не одно и то же; если же занятия доступны учащимся, то они, как я сейчас сказал, очень полезны для учащихся. Какое влияние оказывает отсрочка упражнений в разбор задач уже было указано. Что упражнения подобного рода, ведущиеся на практических примерах, действительно доступны для учащихся, каждый учитель может сам попробовать на практике. Скажу при этом, что у некоторых учителей могут даже неучащиеся подобные упражнения, хотя у большинства учителей, думаю, будут удаваться вполне; неучащая будет зависеть от *личной* несознательности учителя к обучаемым упражнениям, от его направления и от его подготовки. Вопросы преподавания, особенно вопросы о пригодности или не пригодности тех или других приемов, никогда не могут быть решаемы отдельными лицами (то для себя только, а для всех вообще, т. е. по существу, не применяясь к личным качествам решающего), а только большинством голосов и, прибавим, голосов людей хорошо знакомых с предлагаемыми приемами, т. е. подготовленных. Звуковой метод обучения грамоте, когда был введен учащимся, возбуждал сноровы, приносил много непригодных, особенно много возмущал против него начальные учителя, а теперь он вошел во всеобщее употребление.

Может быть, меня удивит и в том, что я говорю так подробно о составе задач, будут говорить, что для начальных учителей такая потребность совсем не нужна. Но, попервах, я имел в виду составить руководство к преподаванию арифметики вообще, которое сошло бы для всех начинающих учителей, следовательно должен по возможности полно разработать поставленную задачу: во вторых, в таких начальных школах, как горюхские училища с 6-ти летним курсом, большинство подобных упражнений, если только не все, вполне при-

мыслимо и, думаю, полезно; въ третьихъ, мы думаемъ, что естественнымъ учителямъ, если имъ и не придется вовсе примѣнять на практикѣ описываемыя упражненія, полезно познакомиться съ подробной разработкой цѣлаго курса; пониманіе значенія каждой части курса и каждого упражненія будетъ тогда шире и глубже, а это непременно выгоднымъ образомъ отразится на томъ, что будетъ примѣняться на практикѣ *) Наконецъ я уже указывалъ, что отвлъ о задачахъ, имѣющихъ такое громадное значеніе въ курсѣ арифметики, еще недостаточно разработаны въ нашей педагогической литературѣ.

Приводимъ еще перечисленіе важнѣйшихъ упражненій, которыя могутъ быть полезны для подготовки учащихся къ разбору задачъ и постепеннаго къ этому переходу; упражненія эти полезны и сами по себѣ, не только какъ подготовительныя къ дальнѣйшимъ работамъ. Многие изъ нихъ уже были указаны раньше, какъ упражненія необходимыя для приобрѣтенія навыка въ рѣшеніи задачъ. Когда рѣшеніе задачи бываетъ уже составлено, кромѣ предланныхъ упражненій полезно: 1) обращать вниманіе учащихся на родъ тѣхъ чиселъ, по которымъ было найдено искомое, 2) предлагать придумывать другія данныя, по которымъ могло бы быть найдено искомое число; 3) указывать, что неизвѣстное число всегда определяется по двумъ даннымъ, если только не представляетъ сумму нѣсколькихъ чиселъ и если искомое — именовавшее число, то данныя или должны быть оба именованными числами того же рода, какъ искомое, или одно именованнымъ и того же рода, а другое отвлеченнымъ, показывающимъ во сколько разъ или на сколько искомое больше или меньше даннаго; если же искомое есть число отвлеченное, то данныя должны быть оба отвлеченными числами, и ни оба именованными, однородными между собою (въ последнемъ

*) Мы не желаемъ приписать на себя диктаторскій тонъ, да еще въ такія живые дѣла, какъ преподаваніе, не смотря на свои многотѣлныя посредственныя занятія съ начальными учителями и въ школѣ, не считаемъ свои совѣты единственно полезными, желаемъ ихъ разсѣять и поощрять за учителей убѣжденіемъ. Руководство къ преподаванію какого бы то ни было предмета не есть учебникъ (его и не можетъ быть), а нѣжное излѣтѣн теоріи преподаванія, сопровождаемой и поощряемой практическими совѣтами. Примѣнять подобную теорію можно только по убѣжденію, а не по приказанію.

случай искомое представляет собою крайнее отношеніе данныхъ). Приучивъ учащихся опредѣлять, по какимъ числамъ могутъ быть находимы извѣстнаго рода искомыя, можно составлять послѣ рѣшенія задачъ планъ послѣднѣю, начиная отъ неизвѣстнаго и записывая, по какого рода даннымъ оно находилось. Поквѣрка рѣшенія задачи посредствомъ опредѣленія, удовлетворяетъ-ли найденное рѣшеніе условіямъ задачи, а не посредствомъ простаго пересмотра сдѣланныхъ вычисленій, всегда представляет собою рѣшеніе одной изъ задачъ, названныхъ нами обратными (въ нихъ искомое принимается за извѣстное, а одно изъ прежнихъ данныхъ за искомое), следовательно составляетъ первый шагъ къ составленію послѣднихъ. Полезно также приучать дѣтей къ придумыванію иногда ими самими задачъ на данное правило или требующія произведетва при рѣшеніи ихъ назначенныхъ учителемъ дѣйствій. Но надо замѣтить, что на практикѣ часто встрѣчается крайнее злоупотребленіе придумываніемъ задачъ, даже требуютъ придумыванія ихъ на экзаменахъ. Это уже вполнѣ неумѣстно: второстепенное будетъ затмѣнять главное и одному изъ видовъ класенныхъ упражненій (придумываніе примѣра) будетъ придаваться курсовое знаніе, какъ будто упражненіе это составляетъ дѣйствительное значеніе. Очень хорошо дѣйствуетъ на учащихся рѣшеніе нѣкоторыхъ задачъ, особенно задачъ интересныхъ, или очень часто встрѣчающихся и важныхъ, различными способами. (Раньше, еще въ первой части, мы говорили, что учащимся во всякомъ случаѣ слѣдуетъ предоставлять возможность рѣшать задачу по ими самими придуманному приему, если только они вѣрны, не требуя, чтобы учащіеся слѣдовали тому приему, который предполагалъ употребити учитель; если-же ученикъ, желая рѣшить задачу по своему, разсуждаетъ невѣрно, то его слѣдуетъ остановить, чтобы не терять даромъ времени, не тянуть рѣшеніе задачи и не запутывать мысль другихъ учениковъ; въ случаѣ убѣжденія остановленнаго ученика въ правильности придуманнаго рѣшенія, лучше всего предоставить ему разсказать свое рѣшеніе послѣ, въ промежутокъ между занятіями, или послѣ уроковъ).

Упражненія съ задачами могутъ быть, какъ видно изъ сдѣланныхъ указанія на нихъ, очень разнообразны, но никогда не слѣдуетъ продѣлывать многія упражненія надъ одной и той же за-

дѣлѣй, какъ иногда поступаютъ учителя. Продолжительныя занятія одной и той же задачей во всякомъ случаѣ не оказываютъ дѣтямъ гораздо скрѣе, чѣмъ тѣ же упражненія, но относящіяся къ различнымъ задачамъ. Очень разнообразить упражненія, даже и относя ихъ къ различнымъ задачамъ, можно только при повтореніи; содержаніе же каждаго отдѣльнаго урока должно быть всегда очень определенное и небольшое по объему: умъ ребенка не можетъ слѣдить за быстрыми переходами мысли отъ одного предмета къ другому и очень быстро отъ нихъ утомляется; каждое упражненіе кажется тогда дѣтямъ гораздо труднѣе, чѣмъ оно есть.

Если, напримеръ, при рѣшеніи задачи спрашивается, отчего слѣдуетъ производить тѣ дѣйствія, которыя указывались, а не друія, то можно не переспрашивать всего хода рѣшенія, когда оно будетъ показано по частямъ. Если разспрашиваемъ учащихся какъ сдѣлать задачу невозможной и неопредѣленной, то на пересказъ рѣшенія уже не слѣдуетъ останавливаться, довольствуясь краткимъ указаніемъ плана рѣшенія. Если послѣ рѣшенія хотимъ остановиться на повѣркѣ рѣшенія, то уже не слѣдуетъ долго останавливаться на разсказѣ о ходѣ рѣшенія и т. п.

Повтореніе дѣлается тогда, когда каждое упражненіе въ отдѣльности хорошо извѣстно дѣтямъ, и потому они могутъ быстро переходить отъ одного изъ нихъ къ другому.

Приводимъ примѣры перечисленныхъ работъ, чтобы уже не возвращаться къ объясненію ихъ.

Сперва приведемъ тѣ вопросы, которые слѣдуетъ предложить по поводу рѣшенія одной изъ разобранныхъ прежде задачъ, напримеръ задачи о числѣ лѣтъ дѣда, отца и сына (см. выше), если мы хотимъ обратить вниманіе учащихся на то, по какого рода даннымъ отыскивалось каждое неизвѣстное, какъ получаемое при рѣшеніи какой либо изъ простыхъ задачъ, входящихъ въ составъ рѣшенія (частныхъ или вспомогательныхъ неизвѣстныхъ, какъ ихъ принято называть), такъ и требуемое задачей (главное неизвѣстное).

Вопросы должны предлагаться непременно послѣ рѣшенія: въ противномъ случаѣ ученики ихъ не понимаютъ; дать отчетъ о томъ, что уже сдѣлано гораздо легче, и ученики могутъ исполнять такое требованіе. Въ задачѣ требуется узнать сколько лѣтъ дѣду,

отцу и сыну *). Когда задача рѣшена, учитель спрашиваетъ: „по какимъ числамъ нашли вы лѣта отца“? Учащіеся или прямо говорятъ: „по лѣтамъ дѣда и тому, сколько лѣтъ отцу и дѣду было вмѣстѣ“, или, если дѣти не могутъ объяснить настолько подробно, называютъ просто числа, по которымъ были найдены годы отца (104 и 64); въ последнемъ случаѣ преподающій спрашиваетъ, что обозначало число 104, а также число 64 (первое — лѣта отца и дѣда вмѣстѣ, второе — лѣта одного дѣда); изъ этихъ двухъ отдѣльных отвѣтовъ составляется одинъ, содержание котораго, очевидно, тождественно съ предположеннымъ съ самаго начала полнымъ отвѣтомъ. Составленіе изъ двухъ отвѣтовъ одного произойдетъ само собою, если мы велитъ кому-нибудь изъ учениковъ повторить все то, что говорилось о числахъ, по которымъ было найдено искомое число.

Число лѣтъ дѣда и отца вмѣстѣ было дано въ задачѣ, но число лѣтъ дѣда не было дано, продолжаетъ говорить учащій, по какимъ же числамъ оно въ свою очередь было найдено?

Отвѣлы учениковъ идутъ тѣмъ же порядкомъ; потомъ разбирается, „были-ли даны эти числа въ задачѣ или нѣтъ, и по какимъ числамъ они опредѣлялись въ последнемъ случаѣ“.

Если каждый изъ отвѣтовъ будетъ записываться въ извѣстномъ порядкѣ на доскѣ, то всѣ записи составятъ собою изложеніе всего состава задачи, напримѣръ въ такой формѣ:

Число лѣтъ отца.	Число лѣтъ отца и дѣда (104).	Двойное число лѣтъ дѣда.	Число лѣтъ дѣда и отца вмѣстѣ (104).	Число лѣтъ отца и сына (54)
	Число лѣтъ дѣда.		Разность лѣтъ дѣда и отца.	
		Отношеніе взя- того числа къ числу лѣтъ дѣ- да. (2).		Число лѣтъ дѣда и сына (76).

Составленіе подобныхъ плановъ послѣ рѣшенія задачи легко дается учащимся. Если ученики умѣютъ очень хорошо составлять

*) Рѣшеніе выражается слѣдующими строками:

- 1) Дѣдъ старше отца на 78 г.—54 г.=24 г.
- 2) Двойное число лѣтъ дѣда составляетъ 104 г.+24 г. 128 л.
- 3) Дѣду было 128 л.: 2=64 г.
- 4) Отцу было 104 г.—64 г.=40 л.
- 5) Сыну было 54 г.—40 л.=14 л.

такіе плани и привычки опредѣлять, по какимъ даннымъ можетъ быть найдено искомое число, то можно даже рѣшать задачи начиная отъ неизвѣстнаго и разсуждая о томъ, по какимъ даннымъ оно можетъ быть опредѣлено. Но упражненія въ такомъ приемѣ рѣшенія задачъ не должны отнимать много времени, такъ какъ по существу *) они трудны для начинающихъ и потому мало полезны: время, которое учащійся долженъ потратить на его усвоеніе, не окупается приносимою имъ пользою, выгоднѣе потратить время на другія упражненія, стояція въ болѣе тѣсной связи, по характеру требуемой имъ работы, съ общимъ направлениемъ курса, напирѣмъ на пополненіе теоріи дѣйствій и чиселъ. Только въ отдельныхъ случаяхъ вопросы, предлагаемые отъ неизвѣстнаго, могутъ дѣйствительно помочь учащимся при рѣшеніи задачи, и то обыкновенно могутъ натолкнуть только на разъясненіе содержанія задачи, а не руководить всѣмъ ходомъ рѣшенія. Такъ напирѣмъ, подобныя вопросы были приведены мною выше, какъ наводящіе вопросы при рѣшеніи вопроса, во сколько времени кончатъ работу двое работниковъ, если извѣстно, во сколько времени каждый изъ нихъ въ отдельности можетъ кончить работу.

Изъ всего сказаннаго мною видно, что хорошій сборникъ арифметическихъ задачъ долженъ удовлетворять слѣдующимъ условіямъ: 1) дать матеріалъ для постепеннаго развитія навыка къ вычисленіямъ, т. е. задачи легко разбираемыя на рядъ простыхъ, но требующія многихъ вычисленій; 2) дать задачи трудныя, заставляющія учащагося не только вычислять, но и думать надъ тѣмъ, какъ воспользоваться условіями; 3) задачи должны быть подобраны такъ, чтобы рѣшеніе предшествующихъ помогало пониманію дальнѣйшихъ, болѣе сложныхъ или болѣе трудныхъ; 4) въ сборникѣ должны быть даны указанія учителю, какъ нѣсти тѣ задачи, которыя готовятъ ко взятой трудной задачѣ. Задачи на тройныя правила должны входить въ общую систему расположенія задачъ, не составляя отдельныхъ группъ. И уже упоминалъ, что существующіе въ настоящее время сборники удовлетворяютъ обыкновенно

*) Матеріалы для упражненій въ аналитическомъ рѣшеніи вопросовъ вліянія арифметикой (съ дѣтьми) дать не могутъ; подобный матеріалъ обильно дается геометрией и потому занять ею очень удобны для пріученія къ аналитическому и рѣшенію вопросовъ исходя отъ неизвѣстнаго.

тѣмъ или другимъ, но затѣмъ не вѣмъ поставленнымъ требованіямъ; удовлетворяющихъ 4-му условію совсѣмъ нѣтъ, 3-му условію всѣ существующіе сборники не удовлетворяютъ въ достаточной степени. О сборникѣ учителя Татарникова только упомянуто, и ч. онъ соотвѣствуетъ подъ вліяніемъ настоящей книги.

Въ послѣднее время начинаетъ распространяться обычай помѣщать въ сборникахъ только численные отвѣты, безъ объясненія хода рѣшенія, а въ некоторыхъ даже помѣщаются отвѣты лишь на немногія задачи или неполные отвѣты. Нельзя не сочувствовать распространенію этого обычая, и хотя по какой причинѣ: либо ученикъ, подумавъ, можетъ рѣшить задачу, и тогда помощь только вредна для оного, мѣшаетъ думать, соблазняетъ его прочесть готовое рѣшеніе, или онъ дѣйствительно не можетъ рѣшить задачи, а тогда слѣдуетъ, или вовсе не давать ее, или разсказать во время урока, заставивъ учащихся думать, но не зачитывать готовое рѣшеніе. (Если учитель ищетъ объясненія рѣшенія, онъ долженъ искать его въ другой книгѣ, а не въ такомъ сборникѣ, который течетъ въ руки дѣтямъ). И думаю, что для развитія привычки къ самостоятельному обдумыванію рѣшенія и увеличенія прочности себя, для внушенія твердости въ разсужденіяхъ, полезно давать отвѣты далеко не на всѣ задачи: учащіеся всегда ищутъ опоры въ отвѣтѣ и довольствуются полученіемъ требуемаго числа. Но давать *никогда* отвѣты, особенно на тѣ задачи, которыя рѣшаются дома, безъ помощи учителя, слѣдуетъ; въ противномъ случаѣ, мы слишкомъ много требуемъ-бы отъ дѣтей, требовали-бы несоразмерной имъ степени самостоятельности и тѣмъ напрасно утомляли бы ихъ. Но и на домъ предлагая рѣшить задачу полезно иногда не сообщать отвѣта.

Приведу еще примѣръ того, какимъ образомъ можно пользоваться задачами для постепенной выработки отвѣченныхъ понятій. Для примѣра выбираю разъясненію понятій о разностномъ и кратномъ отношеніяхъ. Важное значеніе этихъ отношеній для арифметическихъ вычисленій само собою понятно, и я уже говорилъ, что знакомить съ ними учащихся на практическихъ примѣрахъ слѣдуетъ съ самаго начала занятій. Каждое отношеніе въ отдельности на практическихъ примѣрахъ безъ особеннаго труда понимается учащимися, но различеніе этихъ отношеній и усвоеніе

нихъ въ отвѣченной формѣ дается довольно трудно, представляется всегда главнѣйшее затрудненіе для начинающихъ. Учащиеся долго смѣшиваютъ выраженія: „во сколько разъ“ большее (или меньшее) и „на сколько“ большее одно число другому, обыкновенно замѣняя во всѣхъ случаяхъ правильное отношеніе разностнымъ. Кажется иногда учителю, разъясняющему примѣрами понятіе о правильномъ отношеніи, что учащиеся иногда понимаютъ, въ чемъ дѣло: они вѣрно рѣшаютъ предлагаемыя примѣры; а на слѣдующемъ-же урокъ ученики опять смѣшиваютъ правильное отношеніе разностнымъ. Въ объясненіе приходится учителю, по напрямку: дѣло только во времени. Учащиеся, приступая къ вычисленіямъ арифметикой, обыкновенно имѣютъ въ запасѣ въ значительной степени выработанное представленіе о разностномъ отношеніи, такъ какъ имъ приходится встрѣчаться съ нимъ въ своей жизни до школы (приходится, напримѣръ, сравнивать, у кого больше гостей, кто дальше кинуть мячъ или палку, насколько больше и т. п.), тогда какъ правильное отношеніе наблюдать не приходится, да и само по себѣ понятіе о правильномъ отношеніи, какъ болѣе отвлеченномъ, значительно труднѣе. Побѣждать подобныя затрудненія (они всрѣчаются въ каждомъ предметѣ) должны время и упражненія: нужно чтобы дѣти привыкли къ новымъ понятіямъ. И уже выказывать убѣжденіе въ томъ, что для усвоенія всякихъ новыхъ понятій нужна не только объясненія и упражненія, но и просто *время*; оно какъ будто нужно для того, чтобы вновь приобретенныя понятія укрепились крѣпко засѣсть въ умѣ; иногда даже то, что кажется довольно труднымъ и сбивчивымъ въ первый разъ, черезъ нѣсколько времени становится понятнымъ безъ новыхъ объясненій со стороны учителя, или вновь приобретенное и понятіе ученикамъ, но не твердо держится въ памяти, а потомъ какъ будто само собою гораздо лучше запомнится. Оттого-то и нельзя никогда давать много материала заразъ, а необходимо раздѣлять его на небольшія части; умъ нашъ не можетъ сразу охватить большое количество новыхъ свѣдѣній, даже и въ томъ случаѣ, если каждое изъ нихъ само по себѣ очень просто.

Чтобы выяснитъ учащимся разностное и кратное отношенія, слѣдуетъ, попервыхъ, дать значительное количество фактовъ для *наблюденія*; вторыхъ, знакомить съ отношеніями первоначально на прямыхъ дѣйствіяхъ, а не на обратныхъ, т. е. чтобы отношенія

входили въ число данныхъ, но не искомымъ (данное можно наблюдать); въ третьихъ должно выбрать примѣры по способу выраженія условій близко подходящее къ обычной формѣ выраженія этихъ отношеній, чтобы облегчить заимованіе послѣднихъ; въ четвертыхъ — засъ влзать учащихся почше сравнивать эти отношенія, применяя ихъ къ однимъ и тѣмъ-же числамъ, т. е. почше предлагать рядомъ такіа упражненія, чтобы въ одномъ играло роль разностное отношеніе, а въ другомъ — кратное отношеніе между тѣми же числами. Замѣчу еще, что, говоря о необходимости дать время основаться съ этими понятіями, я считаю точно также необходимымъ посвящать особое, отдѣльное время на подобныа упражненія, даже указывая на это учащимся, потому что необходимо обратить на нихъ особенное вниманіе учащихся, показать ихъ важность. Учитель можетъ, напримѣръ, часть урока посвящать разбору задачъ или упражненій въ выведеніи, а потомъ перейти къ примѣрамъ на отношенія, сдѣлавъ перерывъ. Всѣ объясненія слѣдуетъ, конечно, относить къ задачамъ, а не къ отвѣченнымъ примѣрамъ, а первые примѣры, *напримѣрно* пояснить наглядными пособіями.

Для разъясненія разностнаго и кратнаго отношеній, могутъ служить примѣры въ родѣ слѣдующихъ. Въ одной тетради ученикъ написалъ 3 страницы, въ другой 2-мя больше; сколько страницъ во второй тетради? Дѣти два раза ходили за ягодами и каждый разъ приносили по 3 карзинки; сколько ягодъ они набрали? Рѣшить эти и подобные имъ примѣры, которые должны быть предложены вслѣдъ за ними, дѣти, вѣроятно, не затруднятся. Если-же они и затруднятся, учитель легко можетъ заставить найти результатъ наглядно: взять тетрадь и отсчитать три страницы, величь указать 1-ѣ страницы, которыа будутъ написаны въ другой, и сосчитать ихъ. Послѣ счета страницъ непосредственно въ тетради, слѣдуетъ заставить учащихся показать на классныхъ счетахъ, сколько было написанныхъ страницъ въ одной тетради, сколько будетъ написано въ другой и какъ получилось это послѣднее число при счетѣ (цѣль упражненія: заставить переносить счетъ съ однихъ предметовъ на другіе, что бы потомъ легче было переносить счетъ съ дѣйствительныхъ предметовъ на воображаемые); наконецъ вести прямо отвлеченный счетъ. Въ случаѣ затрудненія при рѣшеніи другой задачи учитель можетъ заставить учащихся пока-

затѣ на какихъ-нибудь предметахъ, хотя на тѣхъ-же счетахъ или карантинахъ, перелѣхъ, сколько корзинокъ легло было собрано въ первый разъ, сколько во второй и сосчитать, сколько набралось всего. Итакъ, результаты найдены. Тогда учащій предлагаетъ для повторенія обратные вопросы, съ цѣлью обратить вниманіе учащихся на тѣ отношенія, которыя были указаны въ задачахъ. Онъ спрашиваетъ учащихся, сколько-же лишнихъ страницъ нужно было написать во второй тетради? насколько больше будетъ написанныхъ въ ней страницъ? сколько всего будетъ написанныхъ страницъ во второй тетради? А если-бы нужно было къ одному уроку рѣшить три задачи, а къ другому шестъ больше, сколько пришлось-бы рѣшить задачъ ко второму уроку? сколько лишнихъ? Насколько-же всегда 5 больше 3? По поводу второй задачи предлагаются, примѣрно, слѣдующіе вопросы: сколько разъ приносили по 3 корзины? сколько всего получалось? Если-бы носили не корзинки, а ведерки, сколько вышло-бы ведерокъ? Значитъ, взявъ два раза по три, сколько всегда получимъ? а прибавивъ къ гречъ двѣ лишніи? Подобными вопросами на первый разъ слѣдуетъ и ограничиться, но предложить ихъ по поводу 2 или 3 разъ примѣровъ на оба отношенія съ одними и тѣми-же числами.

Черезъ нѣсколько времени (пропустить 2—4 урока) слѣдуетъ опять остановиться на подобныхъ-же примѣрахъ; когда ученики не будутъ затрудняться ими — идти дальше.

При рѣшеніи первыхъ подобныхъ примѣровъ слѣдуетъ *непримѣнно* употреблять наглядныя пособія, хотя-бы ученики и могли рѣшить каждый изъ нихъ; въ последнемъ случаѣ учитель довольствуется тѣмъ, что *послѣ* рѣшенія примѣра заставляетъ учащихся показать на какихъ-нибудь предметахъ, что они дѣлали съ числами; въ случаѣ-же затрудненія наглядныя пособія употребляются и *при* разъясненіи самого вопроса.

Въ послѣдующихъ примѣрахъ отношенія должны указываться въ задачѣ въ отвѣченной формѣ. Измѣняемъ предыдущіе примѣры, чтобы показать особенность новыхъ: 1) въ одной тетради написано 3 страницы, а въ другой *на* 2 больше; 2) изъ лѣсу дѣти принесли 3 корзины грибовъ, а наканунѣ они принесли *въ два* раза больше; сколько корзинокъ собрали наканунѣ?

Важную роль играетъ самая форма вопросовъ, такъ какъ уча-

идея должны привыкнуть различать два выражения: *на сколько* и *во сколько раз* больше или меньше одно число другого, чтобы приучить къ правильному пониманию этихъ выраженій, слѣдуетъ при наведеніи и при повторіи слѣдующихъ вопросахъ постоянно заботиться о соотношеніи выраженій: *на сколько* — съ словами: „сколько линійхъ“, *во сколько разъ* — съ словами: „сколько разъ надо повторить данное число“. Для той-же цѣли очень полезно выбирать примѣры такіе, въ которыхъ необходимость повторенія числа или приобщенія къ нему ясно выражалось бы условіями. Возьмемъ примѣръ (первая форма) дѣти приносятъ столько разъ по 3 корзины, сколько разъ ходили въ лѣсъ; повтореніе числа 3 очевидно. Далѣе примѣры становятся болѣе отвлеченными.

Послѣдующія выраженія относятся къ обратнымъ дѣйствіямъ, т. е. въ нихъ отношеніе чиселъ не дано, а представляетъ искомое. Напримеръ предлагаются вопросы: на лошади крестьянинъ ѣхалъ до города 2 часа; въ другой разъ онъ пришелъ ъшкомъ и шелъ до города 6 часовъ; на сколько часовъ шелъ онъ дольше, чѣмъ ѣхалъ? (При запискѣ слѣдуетъ написать: сколько линійхъ часовъ шелъ)? Другой примѣрный вопросъ: фунтъ овсяной крупы стоитъ 2 коп., а гречневой 6 коп.; во сколько разъ вторая дороже первой? (Въ случаѣ затрудненія: сколько разъ надо повторить 2, чтобы получить 6)? Нѣсколько трудно ученикамъ рѣшать такіе вопросы, если требуется найти втораго рода отношеніе между тѣми же данными. (Если первый вопросъ измѣнить послѣ того какъ онъ будетъ рѣшенъ, такъ: во сколько разъ дольше пришлось ему идти, чѣмъ ѣхать)? Въ первыхъ упражненіяхъ каждаго рода лучше предлагать вопросы сперва на разностное отношеніе, потомъ на кратное, а въ послѣдующихъ слѣдуетъ поступать и такъ, и наоборотъ.

Когда ученики станутъ только навѣдка смѣшивать выраженія *на сколько* и *во сколько разъ*, слѣдуетъ давать большія числа, перемѣнять ихъ величину и наконецъ упражнять въ вычисленіи отвлеченныхъ примѣровъ на эти отношенія. Все это должно быть сдѣлано не позже, какъ въ первые два года обученія, а лучше если учащіеся привыкнутъ различать отношенія въ продолженіи первагоже года занятій.

Когда учащіеся привыкнутъ различать отношенія при рѣшеніи такихъ вопросовъ, все содержаніе которыхъ составляютъ эти отношенія, слѣдуетъ почаще вводить отношенія въ болѣе сложныя задачи.

Заканчиваю главу указаніемъ на пріемъ постепеннаго перехода къ повѣркѣ найденнаго рѣшенія задачи. Приучать дѣтей къ повѣркѣ задачъ необходимо, чтобы заставить ихъ дѣйствовать сознательно, слѣдить за своей работой и полагаться не на получение числа, даннаго въ „рѣшеніи“, а на ясное пониманіе условій задачи и хода ея рѣшенія, однимъ словомъ—для приученія къ самостоятельной работѣ.

Вообще къ серьезной повѣркѣ найденныхъ рѣшеній приучить учащихся нелегко. Если имъ предлагается повѣрить, вѣрно-ли рѣшена задача, то они дѣлаютъ, естественно, то, что имъ знакомо было раньше, т. е. повѣряютъ дѣйствія, а не то, удовлетворяетъ-ли рѣшеніе условіямъ задачи (согласно-ли съ условіями) Чтобы познать повѣрку послѣдняго рода, нужно дѣйствовать, какъ и всегда, не объясненіями, чего мы хотимъ, а примѣрами, т. е. предложеніемъ такихъ задачъ, при рѣшеніи которыхъ повѣрить, удовлетворяетъ-ли найденное число поставленнымъ требованіямъ, очень легко, такъ чтобы учащіеся сейчасъ-же могли понять, какъ опровергнуть, согласно-ли рѣшеніе съ условіями, а между тѣмъ самый ходъ повѣрки совершенно отличался бы отъ хода рѣшенія задачи и притомъ потребность въ повѣркѣ чувствовалась-бы учениками, т. е. задача сама по себѣ не казалась бы имъ слишкомъ легкою, которую и повѣрять не стоитъ.

Наиболѣе удобны для такой цѣли задачи съ двумя искомыми, тѣмъ болѣе, что нередко съ одинаковою легкостью можно произвести повѣрку, согласно-ли найденно рѣшеніе съ каждымъ изъ условій. После рѣшенія, напримѣръ, задачи о цѣнѣ 10 ябл. и 10 ап., разобранной въ 4-й главѣ, легко обратить вниманіе учащихся на пріемъ повѣрки; стоитъ только спросить ихъ: сколько-же, выходятъ, долженъ заплатить первый покупатель за 10 ап. и 15 яблокъ, если цѣна 10 ябл. 40 коп., а 10 ап. 60 коп? Второй сколько долженъ заплатить? А какъ было сказано въ задачѣ, по сколько они заплатили? Если-же по ошибкѣ мы считали, что 40 коп. стоятъ не 10 ябл., а 10 ап. и наоборотъ, сколько долженъ былъ-бы тогда заплатить первый покупатель? Согласно-ли будетъ такое рѣшеніе съ условіями задачи? Вотъ другая задача (на класной доскѣ полезно для этой цѣли сохранить рѣшеніе хотя одной, а еще лучше—нѣсколькихъ разобранныхъ задачъ,

чтобы остановиться на повѣркѣ нѣсколькихъ задачъ сразу, а по одной только: сравненіе выясняетъ время повѣрки, какъ опредѣлить, согласно-ли рѣшеніе ея съ условіями? Для большаго опредѣленности предположимъ, что другая задача, записанная на доскѣ, — задача о числѣ лѣтъ отца сына его и дѣда (смъ выше). Преподаватель, указывая на ея рѣшеніе, говоритъ: мы рѣшили и эту задачу, согласно-ли рѣшеніе ея съ условіями? (Въ случаѣ затрудненія учащихся прибавляется: какія числа нашли при рѣшеніи задачи? сколько (по условію, лѣтъ отцу и сыну вывѣсть? выходитъ-ли такъ по рѣшенію? а еще какія были условія? удовлетворяетъ-ли этимъ условіямъ рѣшеніе задачи?) Обративъ такимъ образомъ вниманіе учащихся на повѣрку найденныхъ рѣшеній, указавъ на нѣсколькихъ примѣрахъ, въ чемъ состоитъ эта повѣрка, непременно слѣдуетъ *объяснять* *пріемъ* повѣрки и указать на его общность. Дѣлается это, напримѣръ, такъ: мы рѣшили нѣсколько задачъ; чтобы узнать, вѣрно-ли мы рѣшили ихъ, надо было посмотреть, согласны-ли найденныя числа съ условіями; при повѣркѣ должны получаться тѣ-же числа, какія даны въ задачѣ; если получаются другія — задача рѣшена не вѣрно. Пока еще нельзя объяснить учащимся, какъ опредѣлить, отчего происходитъ ошиба: отъ ошибочнаго пониманія задачи, или отъ ошибочности вычисленія, говорить объ этомъ можно тогда, когда учащіеся привыкнутъ къ повѣркѣ различнаго рода задачъ; практика покажетъ имъ, что повѣрка рѣшенія представляетъ собою рѣшеніе новой задачи, часто рѣзко отличающейся отъ извѣстной, а не простую повѣрку вычисленій, т. е. выполненіе дѣйствій обрамныхъ лѣтъ, которыя дѣлались при рѣшеніи задачи.

Познакомивъ съ пріемомъ повѣрки рѣшенія, слѣдуетъ постоянно упражнять въ повѣркѣ найденныхъ рѣшеній, но отдѣляя повѣрку отъ самаго рѣшенія, т. е. прѣдлагая сдѣлать ее только тогда, когда рѣшеніе задачи уже вполнѣ усвоено учащимися. Однако-же повѣрять *каждую* изъ рѣшаемыхъ задачъ вовсе нѣтъ надобности: это падаетъ на ученикамъ и потому дурно на нихъ повліяетъ; достаточно, если каждую недѣлю будутъ провѣряться рѣшеніе одной изъ 5—10 разобранныхъ задачъ. Рѣшенія короткихъ и въ то же время легкихъ задачъ повѣрять не слѣдуетъ: сомнѣній въ правильности изъ рѣшеній у учениковъ не возбуждается.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

О теоретическихъ выводахъ.

Въ первой части „Руководства“ мною было высказано, когда изъясняя о значеніи теоріи ариметики, что теоретическія объясненія, въ той или другой формѣ, болѣе или менѣе отвлеченной, въ болѣе или менѣе широкихъ размѣрахъ, но непременно должны даваться, что усвоеніе теоріи должно составлять цѣль занятий ариметикою, такъ какъ она-то и дѣйствуетъ развивающимъ образомъ на учащихся. Если въ начальной школѣ нельзя (по недостатку времени и развитію учащихся) познакомить со всей теоріей послѣдовательно и изложенной, то во всякомъ случаѣ слѣдуетъ сдѣлать хотя отдѣльные теоретическіе выводы, поясняющіе тѣ упражненія, которыя доступны и знакомы учащимся.

Теорія имѣетъ, поэтому, наиболѣе важное значеніе. Умѣя ее выводить, разумѣть, необходимо безусловно; ученикъ долженъ отлично владѣть вычитаніями, но только потому, что безъ этого нельзя ни хорошо понять теорію, ни воспользоваться своими знаніями, а цѣль обученія — развить учащихся и научить работать (приобрѣтать новыя знанія и пользоваться уже приобретенными). Задачи имѣютъ и самостоятельное значеніе въ курсѣ, мы указали на это, но и онѣ будутъ полезны только тогда, когда навыки и рѣшенія ихъ будутъ соединяться съ пониманіемъ теоріи предмета; въ противномъ случаѣ образовательное значеніе ихъ очень сильно пострадаетъ. Мы говорили даже болѣе: не только надо рѣшать задачи, но надо объяснять и составъ ихъ, приемы ихъ рѣшенія, приемы разбора условій и повѣрки рѣшеній и т. д., т. е. такъ сказать *теорію* состава и рѣшенія задачи.

Признавая такое важное значеніе теоріи, я и хочу теперь остановиться на указаніи нѣкоторыхъ общихъ приемовъ работы при теоретическихъ объясненіяхъ.

Я говорилъ уже, что при начальномъ обученіи ариметикѣ всякія знанія приобретаются путемъ практическимъ, посредствомъ рѣшенія и разбора задачъ; когда учащіеся уже не будутъ затрудняться извѣстнаго рода упражненіями — слѣдуетъ сдѣлать выводъ (обобщеніе, изъ этихъ упражненій, т. е. дать теоретичес-

ское объясненіе. Было указано также, въ какомъ порядкѣ выходить, по нашему мнѣнію, разъяснять важнѣйшія теоретическія понятія. Отдѣльные выводы должны быть опять сопоставляемы и связываемы между собою, т. е. должны быть въ свою очередь обобщаемы... Такимъ образомъ послѣ 4—6 лѣтъ занятій можно дойти до выработки законченной и разработанной въ подробностяхъ теоріи арифметики. Напомнимъ еще, что во общему плану курса, въ то время, когда дѣлается одно обобщеніе, идутъ практическія упражненія, подготовляющія учащихся къ слѣдующему обобщенію (объясняются дѣйствія надъ нѣскими числами, а въ то-же время идутъ задачи, требующія выполненія простѣйшихъ вычисленій съ дробными числами и т. д.)

Слѣовательно, при начальномъ обученіи первый шагъ къ обобщенію—твердое практическое знаніе того, что хотимъ объяснить. Но твердое практическое знаніе, вообще говоря, можетъ быть приобретено лишь послѣ нѣскаго ряда упражненій, по возможности разнообразныхъ: иначе будетъ заучиваніе упражненій, а не усвоеніе ихъ. Начну съ указаній на то, какъ дѣлается отдѣльные выводы.

Чтобы слѣдовать переходъ отъ практическихъ упражненій къ выводу, слѣдуетъ прежде всего обратить вниманіе учащихся на важнѣйшія изъ этихъ упражненій; съ этою цѣлю, непосредственно передъ тѣмъ, какъ дѣлать выводъ, слѣдуетъ предложить учащимся вновь такія упражненія, которыя всего ближе и точнѣе выражаютъ мысль будущаго вывода, т. е. объясненіе которыхъ представляетъ прямое примѣненіе общаго опредѣленія къ частному случаю. Я говорю *вновь* предложить, потому что упражненія, служащія основаніемъ для вывода, должны быть хорошо извѣстны ученикамъ, чтобы мысль ихъ могла сосредоточиться на новой работѣ—отвлеченіи.

Прочтавъ нѣсколько примѣровъ и записать ихъ на доскѣ, чтобы въ случаѣ надобности удобно было указать на нихъ, преподающій переходитъ прямо къ выводу; на разборѣ взятыхъ примѣровъ уже не слѣдуетъ останавливаться, такъ какъ это удлинитъ-бы выводъ и потому сильно затруднитъ-бы его выполненіе; а упражненія эти извѣстны, поэтому въ разборѣ ихъ и нѣтъ надобности.

Обыкновенно говорятъ, что выводъ долженъ быть сдѣланъ самимъ ученикомъ, но это возможно лишь въ рѣдкихъ случаяхъ: преподаваніе долженъ натолкнуть ученика на обобщеніе своими вопросами, а если онъ направляетъ мысль ученика, указываетъ, куда надо идти, то, значитъ, отчасти самъ дѣлаетъ требуемый выводъ. Я нахожу, что въ большинствѣ случаевъ даже прямо слѣдуетъ останавливать тѣхъ учениковъ, которые уклоняются далеко въ сторону или впадаютъ въ крупную ошибку: если учащій не остановитъ ихъ, то при сколько-нибудь сложныхъ выводахъ уклоненія въ сторону закупаютъ дѣтен, и они потеряютъ изъ виду нить разсужденія. Останавливать слѣдуетъ прямо говоря: „нѣтъ, не такъ“. Если-же ученикъ сдѣлалъ небольшую ошибку, то отиѣтомъ его надо воспользоваться, разъяснить, въ чемъ заключается ошибка. Искусство преподающаго въ томъ и заключается, чтобы опредѣлить, когда возможно воспользоваться отиѣтомъ, когда нельзя и слѣдуетъ остановить ученика; никакихъ опредѣленныхъ указаній въ этомъ случаѣ дать нельзя.

Неопытные учителя все ма чаще даютъ ученикамъ впоиѣ высказывать свои предложенія, не смотря на все ихъ разнообразіе, а потомъ не могутъ выбраться изъ противорѣчій, бывають вынуждены объявить, что „все не такъ“, и перейти къ изложенію объясненія, или-же отвергаютъ всякій отиѣтъ, если только онъ не впоиѣ вѣренъ, и такимъ образомъ упускають возможность заставить ученика подумать и дойти до вѣрнаго заключенія. Въ томъ и другомъ случаѣ напрасно теряется время.

Напоишу здѣсь еще разъ, что выводы изъ примѣровъ должны дѣлаться въ первые годы обученія, но въ послѣдующие годы слѣдуетъ постепенно приучить къ усвоенію объясненій, изложенныхъ самимъ учителемъ и къ чтенію книги учебника, что нѣтъ обученія довести учащагося до умѣнья работать безъ наведенія, безъ помощи другихъ, насколько будетъ возможно.

Выводъ дѣлается при помощи наводящихъ вопросовъ учителя. Усѣхъ зависитъ въ значительной степени отъ правильной постановки вопроса. Если предложенные примѣры близко подходятъ къ тому общему заключенію (обобщенію), которое надо сдѣлать, то достаточно потребовать только „общаго заключенія“, т. е. спросить, что во всехъ приведенныхъ примѣрахъ дѣлалось, чтобы уч-

ники сдѣлали выводъ. Сами они не дѣлають такого вывода потому, что не привыкли дѣлать ихъ, въ большинствѣ случаевъ не сознають еще ихъ значенія и не стремятся къ нимъ. Слѣдуетъ замѣтить здѣсь, что учащіеся очень склонны ошибочно принимать отдѣльные частные случаи за общіе, но обыкновенно не дѣлають правильныхъ выводовъ, вытекающихъ изъ сравненія нѣсколькихъ примѣровъ, такъ какъ не привыкли и не умѣють сравнивать.

Когда выводъ сдѣланъ и состоялось опредѣленіе выработаннаго понятія, учащій долженъ повторить его самъ (говори медленно и отчетливо), чтобы такимъ образомъ выразить свое одобреніе сдѣланному заключенію, признать его правильнымъ и еще разъ обратить на него вниманіе учащихся. Послѣ того должно быть дано названіе опредѣленному понятію (о дѣйствіи надъ числами, о родѣ разсматриваемыхъ чиселъ или о свойствахъ ихъ и т. п.). Часто приходится наблюдать, какъ учащимъ хочется добиться, чтобы ученики сами догадались-бы о *назначеніи* того или другого понятія совершенно бесполезная трата силъ и времени: названія даются въ значительной степени произвольно, поэтому *выводить* ихъ нельзя, и если даже дѣти угадаютъ названіе, пользы не будетъ: это будетъ догадка, а не выводъ.

Сдѣланный выводъ долженъ быть сейчасъ-же поясненъ и закрѣпленъ приложеніемъ его къ новымъ примѣрамъ. При этомъ отъ учениковъ слѣдуетъ требовать троякой работы: 1) объясненія, почему къ новому примѣру относится данное опредѣленіе, 2) подысканія новыхъ примѣровъ, подходящихъ подъ данное опредѣленіе, наконецъ 3, рѣшенія, относятся-ли ко вновь предлагаемому примѣру данныя выводы или изъ отсюда, и объясненія, почему такъ или иначе рѣшаютъ вопросъ. Безъ такихъ дополнительныхъ упражненій ученики не въ состояніи хорошо усвоить данныя объясненія. Упражненія эти нужны и для учителя: исполненіе ихъ учениками покажетъ ему, насколько послѣдніе поняли объясненія. Подобныя упражненія необходимо предлагать не только тотчасъ вслѣдъ за выводомъ, но и впоследствии, такъ какъ въ противномъ случаѣ скоро забудется пройденное. Ихъ слѣдуетъ предлагать тотчасъ послѣ того, какъ сдѣланъ выводъ, потому что подобными упражненіями лучше всего разъясняются сообщаемыя свѣдѣнія.

Большую частію можно быззаетъ въ одинъ и тотъ же урокъ за-

кончить выводъ и примѣнить его къ примѣрамъ; если-же, по сложности вывода, этого нельзя сдѣлать, то слѣдуетъ разбить выводъ на рядъ отдѣльныхъ выводовъ, изъ которыхъ потомъ дѣлается окончательный; эти частные выводы составляютъ тогда содержание отдѣльныхъ уроковъ. На такіе постепенные выводы не слѣдуетъ брать болѣе 2—3 уроковъ поцрядъ, такъ какъ въ противномъ случаѣ ученики затрудняются усвоеніемъ быстро слѣдующихъ одного за другимъ выводовъ, смѣшивая ихъ и кромѣ того утомляются однообразіемъ работы.

До сихъ поръ я говорилъ только о томъ, какъ дѣлаются отдѣльные выводы. Они должны быть снова объединяемы, чтобы постепенно вырабатывалась теорія предмета. Но прежде чѣмъ перейти къ замѣчаніямъ относительно выработки дальнейшихъ обобщеній, покажу на примѣрахъ, какъ дѣлаются отдѣльные выводы.

Въ началѣ книги я говорилъ, что первымъ крупнымъ обобщеніемъ должно быть составленіе понятій (слѣдствительно и выводъ опредѣлений) о дѣйствіяхъ. Время опредѣлять дѣйствія наступаетъ тогда, когда ученики уже могутъ выполнять ихъ надъ небольшими числами, могутъ почти безошибочно опредѣлить, что надо сдѣлать съ данными числами, и записать вычисленіе. (Названія дѣйствій имъ не сообщаются; дѣти должны сказать, что данными числа надо соединить, или одно число повторить нѣсколько разъ, или узнать сколько разъ одно число содержится въ другомъ и т. п.).

Предполагая остановиться на опредѣленіи сложенія, напримеръ, учитель начинаетъ урокъ предложеніемъ нѣсколькихъ упражненій, въ которыхъ встрѣчается сложеніе; всего лучше, если только одно сложеніе и входитъ. Такъ какъ весь курсъ (въ предлагаемомъ мною планѣ) опирается на разборъ задачъ, вызывающихъ потребность въ арифметическихъ вычисленіяхъ, а для вывода лучше всего предложить такіе-же упражненія, какъ и дѣлавшіеся прежде, то и для перехода къ опредѣленію слѣдуетъ также предложить задачи, требующія произведенія сложенія, а не отвѣченные примѣры. На задачахъ гораздо явнѣе видна цѣль вычисленія и объясненіе ихъ рѣшенія очень близко подходитъ къ опредѣленію *опредѣленія*, что и поможетъ ученику сдѣлать выводъ.

Выводъ будетъ сдѣланъ правильно только тогда, когда будетъ опираться на *нѣсколько* различныхъ случаевъ; если къ опредѣле-

нѣо будетъ сдѣланы переходы постѣ разбора одного только случая, то эмпіѣ учащимся (особенно если такой пріемъ будетъ повторяться довольно часто) будетъ сообщаться привычка къ неправильнымъ выводамъ, къ принятію частныхъ, отдѣльныхъ случаевъ за общіе. Если даже въ дѣйствительности бытъ-бы полученъ правильный выводъ, благодаря тому, что разсмотрѣнный частный случай совпадалъ бы съ общимъ, то все-таки *пріемъ* вывода остается совершенно неправильнымъ, способнымъ сообщить вредную привычку. Однако задѣи должна быть проста по содержанию, чтобы вниманіе ученика сосредоточилось на вычисленіи.

Положимъ, напримѣръ, даны будутъ задачи: 1) крестьянинъ продать сѣна на 28 руб., овса на 47 руб. и ржи на 69 руб.; сколько онъ получитъ за все? 2) мальчику было 8 лѣтъ когда онъ поступилъ въ школу; съ тѣхъ поръ прошло три года; сколько теперь ему лѣтъ? 3) казѣнничья товаръ лавочники поставили на вѣсы гири въ 10 ф., а потомъ должны были поставить еще въ 2 ф.; сколько вѣситъ товаръ? и т. п.

Задачи эти, конечно, быстро будутъ рѣшены учениками (3—4 примѣровъ вносѣ доста одно); рѣшенія ихъ будутъ записаны на доскѣ, но безъ всякихъ объясненій (напр.: 28 р. + 47 р. + 69 р. = 144 р.; 8 р. + 3 р. = 11 р.; 10 ф. + 2 ф. = 12 ф.).

До сихъ поръ было объясненіе рѣшеній отдѣльныхъ задачъ. Выводъ опредѣленія дѣйствія состоитъ, если ученики замѣтятъ, что *во всемъ приведенномъ подобіи дѣлалось вычисленіе одно и то же* рѣши и укажутъ, что именно дѣлалось во всехъ случаяхъ. Поэтому-то и вопросъ долженъ быть направлень въ эту сторону. Никакъ не слѣдуетъ ставить вопроса о томъ, *какъ* дѣлалось вычисленіе; цѣль работы совершенно иная. надо опредѣлить, *что* дѣлалось съ числами и слѣдуетъ внушить мысль о неизмѣнности цѣли вычисления, а слѣдовательно и дѣйствія, *какимъ-бы образомъ мы ни производили вычисленіе*.

Итакъ, учитель долженъ направить учащихся на сопоставленіе записанныхъ рѣшеній задачъ и опредѣленіе дѣйствія. Съ этою цѣлью учитель сперва заставляетъ повторить объясненія: вы записали зѣсь рѣшенія нѣсколькихъ задачъ; по старанію коротко, что вы дѣлали съ числами въ первой задачѣ, второй, третьей (Отвѣты, въ зависимости отъ формы выраженія условій задачъ, будутъ вѣ-

решено очень близко к $8 \frac{1}{2}$ (ошибка: в первой задаче 28 руб., 47 руб. и 69 руб. сложили неправильно вместе; во второй задаче к 8 добавили 10 и забыли прибавить 3 копейки; в третьей задаче надо было уменьшить 10 ф. на 2 ф. *). Тогда учитель говорит: в одной задаче мы сложили вместе не числа, а что-то другое к одному числу (или или другое, в третьей уменьшили 10 ф. на 2 ф. Почему же во всех случаях поставили ошибочный знак? **). Как же сказать про все случаи разом, что мы делали с числами и числами? Отвечая вопросом, учитель требует указания общего признака во всех рассмотренных случаях, т. е. обобщения. Если ученики затрудняются, то надо им помочь на одних и тех же вопросах. Помощь состоит в том, что рассудит оных, вопросы обращает на внимание ученика на один из рассмотренных случаев, определяясь по поводу, что удалось во этом частном случае, по нему сравнивает с другим случаем с первым; это сравнение и помогает заметить общую черту в рассмотренных случаях (сравнение учения, признак правильности сравнения или неправильности его руководить работой; после того остается рассмотреть, можно ли применить полученное заключение к остальным случаям. Таким образом, желая вывести учеников на определение того или другого вычисления, преподаватель заставляет остановиться на частных случаях, определять, что делается в каждом из них и уже из этих частных определений делать вывод. Таким путем идет наведение во всех случаях, когда нужно дойти до определения.

Если учащиеся не смогут понять, что во всех предложенных задачах делается одно и тоже действие — сложение, то (согласно приведенным раньше указаниям) ученики должны остановиться на разбор отдельных задач. Положим, они берут последнюю

*) Чтобы получить подобные ошибки, необходимо при преднамеренных практических упражнениях заучить детей, в случае требования объяснения решения задачи, не начинать говорить о том, что именно делают они с числами, а не только о том, какие числа отнимают. Если же требуется лишь рассказать о ходе решения задачи, то достаточно указывать только то, какие числа находим при решении задачи.

**) В этом случае вышний признак (однаковость знака) помогает обобщению.

задачу. Что вы узнавали въ этой задаче, спрашиваетъ онъ учениковъ, указывая на записанное рѣшеніе 3-й задачи? (Узнавали, сколько вѣсѣтъ товаръ. У васъ получилось 12 ф.; изъ какихъ же данныхъ чиселъ получилось это число 12 ф.? Какъ оно получилось? Что дѣлали съ данными числами во второй задаче? Чѣмъ же похоже рѣшеніе этой задачи на рѣшеніе предыдущей. Можно-ли сказать, что и третья задача рѣшается такимъ же образомъ? (или: можно ли сказать, что и въ третьей задаче тоже самое дѣлается съ данными числами?) Почему такъ думаете? Какъ же сказать, что дѣлается съ данными числами во всѣхъ разсмотрѣнныхъ задачахъ? (Отвѣтъ: во всѣхъ задачахъ надо одно число прибавить къ другому, соединить данные числа въ одно и т. п.) Наиболѣе удобное выраженіе цѣли дѣйствія и принимается учителемъ и потому высказывается имъ самимъ еще разъ въ правильной редакціи.

Можно спрашивать нѣсколько иначе: не говоря о томъ, какой получился результатъ и изъ какихъ чиселъ составилось искомое, прямо можно спрашивать, что дѣлали съ данными числами. Я предлагаю сперва поставить вопросъ объ окончательномъ результатѣ вычисленій и отъ него уже перейти къ разбору того, изъ какихъ чиселъ и какимъ образомъ онъ полученъ, чтобы этимъ направленіемъ вопросовъ приучать учащихся обращаться къ анализу вопроса въ случаѣ затрудненія.

Я думаю, понятіе о сложеніи вѣсѣтъ только просто, что наводить учениковъ не придется, и даже считаю, что необходимость помочь учащимся при выводѣ опредѣленія такого простаго понятія, какъ понятіе о сложении, показываетъ преждевременность предложенія подобной работы, или ужь вопросъ поставленъ очень неловко. Вообще преподающимъ слѣдуетъ стремиться къ тому, чтобы поменьше *наводить* учащихся, чтобы въ большинствѣ случаевъ достаточно было потребовать отъ ученика той или другой работы, а выполнить ее онъ могъ бы самъ. Понеденіе полезно лишь въ труднѣйшихъ случаяхъ, въ которыхъ нужно показать, какъ слѣдуетъ работать, когда ученикъ, предоставленный самому себѣ, долженъ былъ бы слишкомъ долго трудиться или вовсе не могъ бы достигнуть цѣли. Предлагать же какую трудную работу бываетъ нужно какъ для законченности и полноты курса, такъ и для подъема

энергии учащихся. Значение подобных работ такое же, как и в трудных задачах, о которых говорилось в четвертой главе. Учащие не только увлекаются работой ими составленными, но и начинают думать, не давая им сразу свободно, вероятно при этом думать множество умозрений, которые однако мало приносят пользы. (Нельзя давать им такую работу, если бы не работавши о помощи учащихся). Взявши материал, можно дать учащим подобранный материал, который давал бы им возможность замечать отличительные черты в наблюдениях и выводах, да поощрять требовать ответа в работ и объяснений. Теперь продолжаем описание работы.

Такъ или иначе, по дѣли дошли до мысли, что во всѣхъ рѣшенныхъ задачахъ дѣлается съ числами одно и то же: всѣ данныя числа соединяются въ одно, которое равно имъ, всѣмъ вмѣстѣ взятымъ. (Что оно равно всѣмъ даннымъ числамъ, вмѣстѣ взятымъ, слѣдуетъ указать для ясности мысли). Учитель подтверждаетъ правильность составленнаго сиретвленія, какъ говорилось выше, повороя его самъ громко и не торопясь. Опредѣленіе въ сущности составлено—надо обозначить понятіе словомъ. Предлагатель говоритъ: такое вычисленіе, при которомъ данныя числа соединяются въ одно, называется *сложеніемъ*. (Скажи (указывается ученику), какое вычисленіе называется сложеньемъ? Скажи ты (обращаясь къ другому), какъ называется вычисленіе, при которомъ данныя числа соединяются въ одно? Скажи ты (третьему), что дѣлается съ числами при сложеньи? Если я скажу: отъ деревни до почтовой станиці 22 в. и отъ станиці до города 19, надо узнать сколько верстъ отъ деревни до города... то какое вычисленіе надо будетъ сдѣлать? Какъ его назвать? Почему такъ называется? Придумайте еще значу, для рѣшенія которой надо было бы сдѣлать сложенье. Дети приводятъ нѣсколько примѣровъ. Учитель выбираетъ одинъ изъ *правильно* предложенныхъ примѣровъ и спрашиваетъ предложившаго его ученика: отчего здѣсь надо сдѣлать сложенье? Другого ученика, также предложившаго примѣръ, учитель спрашиваетъ: а какое вычисленіе ты долженъ сдѣлать? Какъ ты его назовешь? Вѣрно-ли онъ говоритъ? Поелѣ 2—3 предложенныхъ примѣровъ, учитель спрашиваетъ кого-нибудь изъ тѣхъ, которые не предлагали своихъ примѣровъ, и заставляетъ ихъ придумать свои примѣры, а если

щихся и приуиеніе ихъ къ размысленію и самостоятельной работѣ. Въ первые годы обученія и нельзя ожидать болышей самостоятельности въ работѣ, чѣмъ примененіе известнаго къ новымъ случаямъ и логическое разбирательство вопросовъ по дѣльному уже понятію.

И пріесть примѣръ такого вывода, который можетъ быть выполненъ въ одинъ урокъ, при томъ можетъ быть выдѣленъ законъ, т. е. законченъ и опрѣдѣленъ. Но выше уже было упомянуто, что дѣло не все въ этомъ такъ просто, не все могутъ быть закончены въ одинъ урокъ. Некоторые арифметическія понятія настолько сложны, что въ первое время обученія весьма трудно усваиваются, если же принять (какъ свѣдѣнію нами) за основной принципъ: переходить къ выводамъ только послѣ практической подготовки къ нимъ, то некоторые выводы невозможно дѣлать въ началѣ обученія. Къ числу такихъ отеческихъ понятій принадлежатъ, и примѣръ, понятие о системѣ счисленія. При изложеніи плана курса въ первой части настоящаго руководства, я говорю, что понятие о системѣ счисленія по своей отвлеченности недоступно для начинающихъ, но опрѣдѣлять его въ первое время и не въ надобности: все упражненія относятся къ числамъ первой сотни, что дѣлаетъ болышия выгоды (причины и выгоды такого ограниченія предѣла чиселъ были указаны).

Понятіе о системѣ счисленія должно быть подготовлено постепенно, по мѣрѣ надобности, такъ что накопляется рядъ частныхъ понятій, изъ которыхъ впоследствии дѣлается общій. При ограниченіи упражненій первыми десятью числами никакихъ указаній на систему счисленія, разумѣется, не требуется. Первый частный выводъ, который придется сдѣлать, долженъ указать на *основной примѣръ счѣта*, въ примѣненіи его къ частному случаю; придется, именно, указать на употребленіе различныхъ единицъ счѣта, когда при вычисленіяхъ надо употреблять числа болышия десяти. Если бы мы хотѣли только научить счѣту чиселъ, то достаточно было бы объяснить, какъ считаютъ послѣ десяти. Если же мы хотимъ сдѣлать выводъ, подготовить къ пониманію системы счисленія, то должны объяснить, *почему* употребляются различныя единицы счѣта (указать на пользу ихъ употребленія), а также и то, что за новую единицу счѣта можно принять и другое число, не только 10. Указаніе на употребленіе единицъ второго разряда, сперва можетъ

быть сдѣлано только на усншихъ упражненіяхъ, а способы письменнаго обозначенія разряда единицъ можно показать позже. Употребленіе разныхъ единицъ счета важно показывать потому, что объясненіе этого факта укажетъ на сущность системы счисления, но по потребности отъ ученика непосильной работы, если преподающій ограничится пока этимъ частнымъ случаемъ. Объясненіе значенія десятка, какъ новой единицы счета, и пользы его употребленія легко можетъ быть усвоено дѣтми, потому что употребленіе различныхъ единицъ счета знакомо имъ изъ практической жизни. При объясненіи слѣдуетъ опираться на это практическое знаніе.

Всякій выводъ, даже и частный, какъ въ настоящемъ случаѣ, долженъ опираться на практическія упражненія. Предварительныхъ практическихъ упражненій въ употребленіи единицъ различныхъ разрядовъ конечно могло и не быть, но учащимся несомнѣнно извѣстно, что нѣкоторые предметы считать пятами и десятками, другіе парами, дюжинами и т. д., и на это знаніе вполне можно опереться. Работу слѣдуетъ начать съ указанія на такіе случаи, когда употребляютъ счетъ пятами и дюжинами и т. п., т. е. привимаютъ эти числа за новыя единицы счета.

Время ознакомленія съ употребленіемъ десятка и перехода къ вычисленіямъ надъ двузначными числами наступаетъ тогда, когда учащиеся уже свободно производятъ вѣдѣнія надъ числами перваго десятка *) и дѣлаютъ небольшія задачи.

На значеніи десятка слѣдуетъ остановиться отдѣльно, потому что правильное пониманіе способа употребленія единицъ различныхъ разрядовъ весьма важно для дальнѣйшаго курса.

Преподающій, назначая урокъ на ознакомленіе учащихся съ употребленіемъ десятка, какъ новой единицы счета, заставляетъ дѣтей нѣсколько времени дѣлать вычисленія въ умѣ, потому говоритъ: вы умѣете считать и довольно скоро, а какъ считаютъ предметы, когда ихъ очень много? (Считаютъ-ли все по одному предмету? Какіе предметы такъ считают? (т. е. пятами, дюжинами и т. п.). Если ученики не припомнятъ соответствующихъ примѣровъ, то можно напомнить о нихъ, напримѣръ, спросивъ:

*) Напомню, что отдѣльно останавливаться на числахъ перваго десятка, если дѣти свободно производятъ надъ ними вычисленія, совершенно нѣтъ необходимости. См. выше.

не выдавать ли ктонибудь, какъ считают мѣцныя (или серебряныя) деньги въ церкви или въ лавкѣ? Какъ считать число лошадей? (Парами и тройками. А карандаши, пуговицы какими начками про аются? После нѣсколькихъ новыхъ примѣровъ, приведенныхъ уже самими учениками, преподаватель переходитъ къ разбору причины употребленія такого приема счета. Объясненіе причины самъ преподаватель высказать не долженъ; онъ только вызываетъ учащихся на размышленіе, стараясь заставить ихъ сдѣлать выводъ, и потому спрашивается: отчего-же въ торговлѣ многу предметы считают начками, монеты при счетѣ складываютъ столбиками и т. п.? Такъ скорѣе считать. Да, подвергается учитель, считая не отдѣльные предметы, а начками, кучками, по нѣскольку предметовъ вместе, мы сосчитаемъ скорѣе. Замѣьте, что при этомъ счетъ столбиковъ, должнъ и т. п. идти точно также, какъ и отдѣльныхъ предметовъ. Если считать десятками, то считать ихъ такъ, какъ и единицы, напр. говорятъ: куплено два (или три, четыре и т. д.) десятка огузовъ.

На этомъ пока и останавливается объясненіе; до опредѣленія способа счета (до отвлеченія еще дальше, но въ частномъ примѣрѣ показаны основанія приема. Теперь остается только закрѣпить данное объясненіе приема счета десятками. Очень важно при этомъ заставить дѣтей изображать въ подобномъ счетѣ на самихъ предметахъ и при помощи предметовъ выразить то, что объясняютъ на словахъ. Полезно также показать употребленіе счетовъ.

Читатели можетъ быть подумаютъ, что слѣдовало-бы сперва ввести наглядныя упражненія, а потомъ уже говорить о значеніи десятка. Да, это справедливо, если учащіеся не достаточно хорошо знакомы съ приемами счета группами предметовъ, если-же они хорошо представляютъ себѣ такіе приемы (что выразится правильными указаніями на подобные случаи и вѣрными описаніями ихъ), то наглядныя упражненія не нужны. Наглядность нужна не сама по себѣ, а какъ средство сдѣлать вполне доступнымъ и извѣстнымъ то, о чемъ говоритъ ученикъ; если-же предметъ бесѣды и безъ того уже извѣстенъ и вполне отчетливо представляется дѣтямъ (благодаря простотѣ представленія), то больше ничего и не требуется. Упражненія-же съ наглядными пособиями послѣ объясне-

ній, данных на урокъ, полезны съ начинающими потому, что даютъ возможность преподавателю прослѣдить, какъ познаны его объясненія. Въ первое время изъ осторожности всегда слѣдуетъ на нихъ останавливаться. Тамъ болѣе, что много времени они не отнимаютъ. Кромѣ того, подобныя упражненія на подобіяхъ *послѣ* объясненій будутъ содѣйствовать развитію въ учащихся привычки провѣрять на опытѣ свои заключенія и вообще вести параллельно размышленіе и опытъ.

Я думаю, что въ огромномъ большинствѣ случаевъ дѣти вполне хорошо знакомы съ приемами счета различными группами (парами, пятками и т. п.), оттого и не упоминалъ сперва о наглядныхъ пособіяхъ, если-же окажется, что учащиеся плохо представляютъ себѣ такіе приемы счета, то необходимо обратиться къ нагляднымъ пособіямъ. Я предупреждаю только относительно злоупотребленія наглядными пособіями въ математикѣ. Другое дѣло естественныя науки. Тамъ наглядныя пособія всегда нужны, потому что постоянно идетъ рѣчь о новыхъ предметахъ, которыхъ нельзя представить, не видѣвши ихъ; тамъ мы изучаемъ именно эти предметы. Цельъ занятій ариметикой — познакомить съ отвлеченными вычислениями и теоріей ихъ, поэтому-то наглядныя пособія и нѣтъ надобности употреблять, когда ученики составили уже соответствующія представленія; изученіемъ самихъ предметовъ счета арифметика не занимается.

Когда учащіеся поймутъ употребленіе десятка и процѣляютъ значительное количество упражненій въ счетѣ десятками, надо перейти къ счету десятками и единицами вмѣстѣ. Познакомились дѣти съ уснымъ счетомъ двузначныхъ чиселъ — пора показать и письменное изображеніе двузначныхъ чиселъ; откладывать не слѣдуетъ.

Я думаю, что всего лучше познакомить сперва съ записываніемъ чиселъ имѣющихъ и десятки, и единицы, а потомъ уже такихъ, въ которыхъ нѣтъ единицъ, а только десятки. Мы хотимъ познакомить со способомъ обозначенія разряда единицъ, поэтому выгодно заставить учащихся почувствовать потребность въ изобрѣтеніи какого-либо способа обозначенія разряда единицъ, а потомъ прямо указать тотъ способъ, который вошелъ въ употребленіе, т. е. обозначеніе разряда мѣстомъ написанной цифры. Если уче-

ники умѣютъ писать цифры, то потребность въ обозначеніи разряда цифры десятковъ легко можетъ быть вызвана предложениемъ записать число, въ которомъ есть и единицы и десятки, особенно если число единицъ и десятковъ одинаково (22, 33 и т. д.): ребенокъ непременно задумается надъ тѣмъ, какъ-бы ему отличить десятки отъ единицъ. Учитель тогда прямо показываетъ употребляемый приемъ, такъ какъ заставлять ученика придумывать его бесполезно (способъ условный). Параллельно съ письменнымъ обозначеніемъ десятковъ полезно показать употребленіе обыкновенныхъ счетовъ и заставить поупражняться въ откладываніи и чтеніи по нимъ чиселъ.

Когда ученики станутъ свободно вычислять съ двузначными числами, предѣлы чиселъ, вводимыхъ въ вычисленія, придется расширить—надо будетъ познакомить учащихся съ употребленіемъ и счетовъ сотенъ. Такимъ образомъ будетъ сдѣлано еще шагъ къ ознакомленію съ системой счисленія. На объясненіи значенія сотни уже не придется такъ долго останавливаться, какъ на объясненіи десятка; объясненію много поможетъ сравненіе сотни съ десяткомъ. Когда число предметовъ велико, то и счетъ десятками идетъ медленно, нужно еще увеличить единицу счета; въ противномъ случаѣ пришлось-бы также, дойдя въ счетъ до десяти десятковъ, придумывать новыя названія для чиселъ; говорить о невозможности давать все новыя названія неудобно: невозможность эта еще не видна, пока числа не велики.

Нѣкоторые подумаютъ, можетъ быть, что ученики, знакомые съ употребленіемъ десятка и сотни, могутъ перейти и къ опредѣленію системы. Практика показываетъ, что такое мнѣніе ошибочно. Дети, усвоивъ частные выводы, не могутъ охватить ихъ, не могутъ составить общаго понятія о способѣ выраженія чиселъ (о системѣ счисленія). Доказывается это, и очень ясно, невозможностью для учащихся запомнить опредѣленіе безъ искаженія и стремленіемъ при объясненіи перейти отъ общаго отвлеченнаго объясненія къ частнымъ примѣрамъ. Предупреждаемъ учащихся относительно преувеличенія силъ учащихся, какъ предупреждаемъ и отъ излишней помощи. Сила обученія въ постоянной и тщательной разработкѣ матеріала, въ примѣненіи данныхъ объясненій къ возможно болѣе разнообразнымъ случаямъ, но съ тѣмъ условіемъ, чтобы учащіеся

всегда ясно понимали каждое упражнение в отдельности, понимали цель его и умели его объяснить.

Перехожу къ общимъ указаніямъ относительно хотя болѣе широкихъ выводовъ.

Болѣе широкія обобщенія необходимы, какъ заставляющія глубже раздумывать въ предметъ занятія и выветъ съ тѣмъ облегчающія усвоеніе предмета. Въ некоторыхъ случаяхъ нужно сдѣлать прямо выводъ изъ отдѣльныхъ обобщеній, встрѣчавшихся раньше (какъ, напримѣръ, слѣдуетъ опредѣлить понятіе о нумерации, когда дѣти познакомятся съ числами, состоящими изъ единицъ многихъ разрядовъ; точно также слѣдуетъ обобщить все случаи умноженія дробей, которые, конечно, приходится сперва разсматривать въ отдѣльности, все случаи дѣленія дробей и т. д.); въ другихъ случаяхъ надо остановиться только на обзорѣ и сопоставленіи пройденнаго по известному отдѣлу (какъ напримѣръ по окончаніи отдѣла о 4 члѣнствіяхъ надъ цѣлыми числами).

Если цель работы составляетъ выводъ новаго обобщенія, то выводъ дѣлается такимъ-же способомъ, какъ и прежде, когда дѣлались частные выводы, т. е. приводящіи прежде всего приводятъ нѣсколько примѣровъ на тѣ случаи, которые должны быть поведены подъ одно понятіе, заставляя опредѣлить каждый изъ нихъ въ отдѣльности, потомъ обращая вниманіе на общіе признаки всехъ случаевъ, стараются достигнуть обобщенія со стороны самихъ учащихся, наконецъ дается по возможности разнообразныя повторительныя упражненія, чтобы достигнуть какъ можно болѣе полнаго разъясненія сдѣланнаго вывода.

Когда дается очень сложное объясненіе, что возможно лишь въ концѣ пятилѣтняго курса, то никакихъ упражненій уже не приводится; учащихся *самъ* излагаетъ нужные ему факты и объясняетъ ихъ. Я уже говорилъ, что при обученіи необходимо стремиться довести учащихся до умѣнья понимать чужую мысль, раздумывать и усваивать то, что имъ излагается, а сложныя объясненія легче даются учащимся, если будутъ изложены самимъ преподавателемъ.

Къ такого рода случаямъ я отношу, напримѣръ, объясненіе способа обращенія десятичныхъ дробей въ простыя, объясненіе признаковъ цѣлимости чиселъ и т. п.

Изъ сказаннаго не слѣдуетъ однако-же заключать, что при подобныхъ объясненіяхъ учитель не долженъ допускать никакого участія со стороны учениковъ, имѣть, всегда хорошо, если дѣти обращаются съ вопросами къ учителю, дѣлають нѣкоторыя указанія, но учанці, если обращаются къ ученикамъ съ вопросами, то только частными, если допускаются замѣчанія или вопросы со стороны самихъ дѣтей, то только такія, которые непосредственно относятся къ дѣлу. Но *самыя важная* часть объясненія излагается самимъ учащимъ, и онъ *не* ищетъ добиться вывода отъ учениковъ.

Если предполагается сдѣлать только обзоръ пройденнаго, то преподающій не даетъ упражненій отъ себя, а предлагаетъ ученикамъ припомнить то, что они проходили по избранному отдѣлу; напримѣръ, учитель предлагаетъ припомнить и разсказать, о какихъ дѣйствіяхъ проходили и что о нихъ говорилось.

Припоминать пройденное должны сами учащіеся, потому что надо приучать ихъ давать самимъ себѣ отчетъ въ пройденномъ, обращать вниманіе на сопоставленіе извѣстнаго имъ фактовъ. Работа эта для дѣтей вѣдѣе доступна, никакихъ выводовъ при этомъ не требуется, но чтобы сдѣлать работу хорошо, дѣти должны обдумать все пройденное по избранному отдѣлу. Только тогда и можно выучить работу, когда заставимъ самихъ учащихся выполнять работу, разумеется помогая имъ, въ случаѣ затрудненія.

При обзорѣ пройденнаго по тому или другому отдѣлу дѣти въ первое время обязательно припомнятъ пройденное безпорядочно, поэтому учанці должны не только помянуть пробѣлы, если они встрѣтятся, но указать и порядокъ, въ которомъ слѣдуетъ излагать припоминные факты, требуя потомъ повторенія сдѣланнаго обзора въ указанномъ порядкѣ.

Пропиты, напримѣръ, о дѣйствіяхъ, полезно предложить учащимся припомнить опредѣленно каждое изъ дѣйствій и разсказать о томъ, какъ дѣлается каждое изъ нихъ. Когда обзоръ дѣйствій будетъ сдѣланъ, преподаватель указываетъ на соотношенія дѣйствій (раздѣляетъ ихъ на прямыя и обратныя, показываетъ, что умноженіе есть частный случай сложения и т. п.).

Когда будетъ приделъ весь отчетъ о дробяхъ, слѣдуетъ заставить учениковъ разсказать о содержаніи всего отдѣла; но прежде чѣмъ учащіеся начнутъ разсказывать о содержаніи отчета, надо

установить порядок, въ какомъ слѣдуетъ разсказывать о пройденномъ. Если дѣти забываютъ сказать что-либо, преподаватель поощряетъ пробѣль, но требуетъ также, чтобы не упоминалось о подробностяхъ, мелочахъ. Такое требованіе пручаетъ дѣтей отличать существенное отъ второстепеннаго. Въ исправленномъ видѣ составленный разсказъ о содержаніи пройденнаго отдѣла долженъ быть повторенъ учащимися.

Обзоръ пройденнаго полезно дѣлать еще и потому, что отвѣты учащихся могутъ точно показать, насколько усвоено пройденное. Хорошо разсказать о томъ, что объяснялось значительное время тому назадъ, но можно только тогда, если пройденное было хорошо понято и усвоено. Объясненія, данныя недавно, ученики нерѣдко могутъ повторить на память не понимая пройденнаго. Этими общими замѣчаніями мы пока и ограничимся.

ПРОГРАММА АРИОМЕТИКИ

для школы съ 3-хъ годичнымъ курсомъ.

I годъ.

Ознакомленіе при помощи наглядныхъ предметовъ съ прямымъ и обратнымъ счетомъ до 100; четыре дѣйствія надъ числами, сперва первыхъ двухъ десятковъ, а затѣмъ, когда учащійся свободно будетъ вычислять съ числами первыхъ двухъ десятковъ, съ болѣе большими числами, но не свыше 100.

Знакомство съ цифрами и знаками дѣйствій. Разъясненіе на примѣрахъ основныхъ ариметическихкихъ понятій. (Складывать, отнимать, брать несколько разъ, раздѣлить, сколько разъ содержится, о разностномъ и кратномъ отношеніяхъ)

Результаты дѣйствій могутъ быть означены терминами (сумма, разность, произведение, частное). Дополненіе до 10 Римская нумерация до XX. Прѣмы устного счета въ указанныхъ предѣлахъ чиселъ.

Устные и письменныя задачи (въ числѣ прочтении) записаны строчками.

II годъ.

Ознакомленіе съ нумераціей не болѣе 10000. Устные и письменныя вычисленія съ отвѣченными числами не свыше 1000. Таблица умноженія. Объясненіе цѣли каждого дѣйствія; объясненіе производства ихъ; нахожденіе разностнаго и кратнаго отношенія чиселъ не превышающихъ предѣла 1000. Увеличеніе данныхъ чиселъ въ 10 и 100 разъ и уменьшеніе въ 10 и 100 разъ чиселъ, оканчивающихся нулями.

Указаніе различія дѣйствій надъ числами и преобразованій чиселъ (наприм., превращенія и раздробленія именованныхъ чиселъ, выраженія пѣлаго числа въ доляхъ, и т. п.)

Упражненія въ употребленіи торговыхъ счетовъ. Ознакомленіе съ мѣрами длины, вѣса, сыпучихъ тѣлъ и съ денежными знаками.

Знакомство съ простѣйшими долями: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ и съ простѣйшими вычисленіями надъ ними (напр., сложеніе одинаковыхъ долей, выраженіе небольшого пѣлаго числа въ доляхъ).

Рѣшеніе устныхъ и письменныхъ задачъ, соотвѣствующихъ курсу, и записываніе рѣшенія ихъ.

III годъ.

Письменные вычисленія до 1,000,000 и объясненія производства дѣйствій надъ тѣми числами. Понятіе о поправкѣ найденныхъ результатовъ дѣйствій. Продолженіе устныхъ вычисленій, но безъ употребленія большихъ чиселъ. Указаніе приемовъ умственнаго счета. Простѣйшія вычисленія съ дробями $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$.

Дѣйствія съ именованными числами, но съ тѣмъ, чтобы при раздробленіяхъ не получались числа больше 1,000,000. Понятіе о квадратныхъ и кубическихъ мѣрахъ.

Примѣчаніе. Рѣшеніе задачъ на вычисленіе времени, выраженное составными числами, допускается съ тѣмъ, чтобы каждый мѣсяцъ считался въ 30 дней и не требовалось двойкаго выраженія времени (сколько времени прошло до настоящаго времени, какое число, мѣсяцъ и годъ составляетъ найденное время).

Рѣшеніе устныхъ и письменныхъ задачъ, не требующихъ знанія алгебраическихъ или другихъ особыхъ приемовъ для рѣшенія ихъ.

Примѣчаніе. Рѣшеніе задачъ, не считая преобразованій, встрѣчающихся въ задачѣ, не должно выражаться болѣе, какъ пятью шестью строчками.

Объяснительная записка къ программѣ ариметики.

Обучение ариметикѣ имѣетъ двоякую цѣль: практическую и общеобразовательную. Для достиженія той и другой цѣли необходимо, чтобы дѣти научились свободно вычислять, умѣли примѣнять свои знания къ рѣшенію задачъ и сознательно усвоили основныя арифметическія понятія (перечисленные въ программѣ).

Хотя означенныя цѣли могутъ быть достигнуты различными путями, почему могутъ быть допускаемы и различные методы обучения, все же для успешнаго хода занятій въ начальной школѣ и для сбереженія столь дорогого въ ней времени необходимо соблюденіе нѣкоторыхъ началъ, которыя и были положены въ основу программы.

Чтобы учащіеся могли съ самаго начала заниматься сознательно и постепенно дойти до усвоенія общихъ понятій, необходимо подраздѣлить курсъ на отдѣлы. Сперва слѣдуетъ брать числа не болѣе 20 (предѣлы таблицы сложенія) и достигнуть полной твердости вычисленій въ предѣлахъ этихъ чиселъ; тогда только слѣдуетъ переходить къ болѣе большимъ числамъ ко второму отдѣлу, въ которомъ числа однако же не должны превышать 100 (предѣлы таблицы умноженія). Дальше размѣры чиселъ, вводимыхъ въ вычисленія, могутъ увеличиваться гораздо быстрее, такъ какъ основы счисленія и дрѣмы производства дѣйствій оудутъ уже знакомы учащимся, но слѣдить увеличеніемъ чиселъ все таки не слѣдуетъ, почему въ программѣ и поставлено обязательнымъ во второй годъ употреблять числа лишь до 1000. Даже когда дѣти вполне познакомятся со счисленіемъ (на третій годъ), часто вводить въ упражненія очень большія числа (и то не болѣе 1—10 миллионѣвъ) нѣтъ надобности.

Такая же постепенность должна соблюдаться въ выработкѣ основныхъ арифметическихъ понятій (перечисленныхъ въ программѣ). Въ первомъ отдѣлѣ курса не должно быть сообщаемо никакихъ опредѣленій; достаточно требовать отъ учащихся

умѣнія выразить своими словами то, что они читаютъ съ данными числами, сперва примѣнительно къ каждому частному случаю, а потомъ вводя въ употребленіе указанія выраженія и знаки дѣйствій, чтобы на практическихъ научиться различать послѣднія. Не ранѣе втораго отдѣла слѣдуетъ вводить въ употребленіе ариометическіе термины и объясненіе ихъ. Наконецъ такая же постепенность должна быть собидаема и въ разъясненіи понятій, на сколько больше или меньше и во сколько разъ больше или меньше. Но, въ виду важности этихъ понятій, указывать ихъ на простѣйшихъ частныхъ примѣрахъ слѣдуетъ уже и въ первомъ отдѣлѣ курса.

Такимъ образомъ результатомъ занятія въ первомъ отдѣлѣ должно быть ясное и отчетливое знаніе результатовъ всѣхъ дѣйствій (табличекъ дѣйствій), пониманіе значенія ихъ, знаніе соотношеній чиселъ и умѣніе примѣнять указанное къ рѣшенію легкихъ задачъ (устныхъ и письменныхъ) въ предѣлѣ двухъ десятковъ. Именно при рѣшеніи задачъ слѣдуетъ обратить вниманіе на выраженія: „на сколько больше“, „во сколько разъ“.

Во второмъ отдѣлѣ учащіе должны достигнуть слѣдующихъ результатовъ: 1) умѣнія со стороны дѣтей пользоваться новою единицей счета десяткомъ, 2) пониманія основнаго приема счисленія — выраженія чиселъ единицами различныхъ разрядовъ, 3) знанія приемовъ вычисленія съ двузначными числами, 4) знанія таблички умноженія однозначныхъ чиселъ, такъ какъ все эти знанія необходимы для сознательнаго усвоенія счисленія и механизма вычисленія съ многозначными числами, наконецъ, умѣнія различать дѣйствія не только знаками, но и словами, т. е. умѣнія выразить словами, указанными въ программѣ, каждое сълѣдующее при рѣшеніи задачи вычисленіе.

Въ третьемъ отдѣлѣ надо требовать, чтобы учащіе могли не только правильно объяснить, что дѣлаютъ съ числами, но примѣнить и ариометическіе термины (названіе дѣйствія), при чемъ надо объяснить и то, что въ дѣленіи встрѣчаются два случая дѣленія на части и опредѣленіе содержащаго: признать ихъ за одно дѣйствіе дѣли не затрудняется, если привыкнуть употреблять въ томъ и другомъ

случае одинъ и тотъ же знакъ дѣйствія и будутъ видѣть одинаковость численнаго результата. Ответы на о редѣленія дѣйствій необходимы. Необходимо въ это же время достигнуть безшибочнаго примѣненія выраженій: „на сколько больше (или меньше) даннаго“ и „во сколько разъ“, какъ при ответныхъ вычисленияхъ, такъ и при ршеніи задачъ. Усвоеніе значенія этихъ выраженій легче дается дѣтьми при прямыхъ дѣйствіяхъ, чѣмъ при обратныхъ.

Для сознательнаго усвоенія умноженія произвольнаго числа стѣтъ необходимо обращать вниманіе на разряды получаемыхъ результатовъ дѣйствій на нѣсколько отдѣльныхъ, разрядъ въ, особенно на разряды произведенія и частнаго, поэтому увеличеніе и уменьшеніе чиселъ въ 10 и 100 разъ поставлено особовъ программѣ. Для разъясненія понятій о дѣйствіяхъ полезно указывать, если позволяетъ время, на дѣтели результатовъ дѣйствій при различныхъ измѣненіяхъ данныхъ (не только въ 10 или 100 разъ увеличенны, но во всякомъ случаѣ такая указанія можно дѣлать только въ третій годъ обученія и ограничиваясь указаніями лишь *читателя* дѣловъ.

Съ мѣрами стѣдуетъ знакомить постепенно начиная съ перваго года, вводя въ вычисления такія мѣры, отношенія которыхъ къ мѣрамъ того же рода не представляютъ размѣра употребляемыхъ уже чиселъ. При прохожденіи третьаго отдѣла нужно, чтобы учащиеся были знакомы съ мѣрами длины, вѣса, монеты, времени и смъ учить тѣмъ. Дѣйствія съ составными именованиями мѣрами обязательны въ третій годъ, но для вышенія понятій о единицахъ различныхъ разрядовъ и о перенесеніяхъ единицъ изъ одного разряда въ другой, необходимыхъ при производствѣ дѣйствій (особа въ суммъ или произведеніи единицъ какихъ либо разрядовъ) получая больше 9 единицъ, или въ уменьшаемомъ въ какомъ либо разрядѣ меньше единицъ, чѣмъ въ томъ же разрядѣ вычитаемаго и т. д.), допускается введеніе (при упражненіи въ вычисленияхъ) побольшихъ составныхъ именований чиселъ и во второй годъ, но съ тѣмъ, чтобы употребленіемъ такихъ чиселъ учащиеся не затруднялись. Знаніе квадратныхъ и кубическихъ мѣръ для учащихся необходимо, но весьма желательно, чтобы преподающіе

знакомили съ ними учащихся, особенно въ сельскихъ школахъ. Знаніе мѣръ времени необходимо, но долго останавливаться на нихъ не слѣдуетъ: нужны только несложныя задачи на время, такъ какъ начальная школа по недостатку времени обученія особенно должна обращать вниманіе на выясненіе общихъ понятій, не останавливаясь на частныхъ вопросахъ, какимъ является вопросъ о вычисленіи времени, единицы котораго не заключаютъ въ себѣ постояннаго числа меньшихъ мѣръ (въ мѣсяцѣ можетъ быть 28, 29, 30 и 31 день), что вычисления съ ними дѣлаетъ гораздо болѣе трудными, чѣмъ съ другими мѣрами.

Въ виду практической необходимости въ курсъ введены вычисления съ долями, на каждомъ шагѣ требуемая жизнью. Потребность въ нихъ такъ велика, что на практикѣ они уже существуютъ въ школахъ, но ими можно увлечься и сильно затруднить учениковъ, поэтому необходимо подробно перечислить, какія вычисления съ долями могутъ быть доступны дѣтямъ безъ обремененія ихъ при благоприятныхъ условіяхъ и какого рода упражненіями можно ограничиться при неблагоприятныхъ условіяхъ, чтобы опредѣлить яснѣе требованія, какія могутъ быть предъявляемы учащимъ. Съ цѣлью указать ограниченность обязательныхъ требованій, въ программѣ только упомянуто о необходимости нѣкотораго знакомства съ долями и съ нѣкоторыми, чаще всего встрѣчающимися въ жизни, вычислениями съ долями. Вычисления съ дробями сильно вліяетъ на развитіе ариѣметической мысли учащихся.

Наибольшій размѣръ свѣдѣній о доляхъ, какія могутъ быть допускаемы, слѣдующій: 1) Нахожденіе одной или нѣсколькихъ частей, которыя сами выражаются цѣлымъ числомъ; 2) нахожденіе такихъ частей единицы, которыя наиболѣе употребительны въ жизни (напр. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$); 3) употребленіе *нѣсколькихъ* изъ числа уже знакомыхъ долей единицы; 4) образованіе цѣлыхъ изъ частей единицы и выраженіе цѣлыхъ въ доляхъ единицы; 5) сложеніе и вычитаніе одинаковыхъ частей единицы; 6) повтореніе частей единицы нѣсколько разъ; 7) нахожденіе по цѣлому части и по части цѣлаго, когда и данное, и искомое суть цѣлыя числа; 8) сложеніе и

вычитаніе различныхъ долей можетъ быть допущено только относительно употребительнѣйшихъ въ жизни случаевъ, напр. $\frac{1}{2}$ съ $\frac{1}{8}$, и если ученики сейчасъ же угадываютъ, въ какихъ доляхъ можетъ быть выражена сумма. Всѣ эти упражненія могутъ быть допускаемы только при рѣшеніи задачъ, безъ всякихъ теоретическихъ объясненій и выводовъ.

Изъ перечисленныхъ упражненій обязательны только 1, 2, 4 и 5. Упражненія съ долями, не составляя особой части курса, должны распредѣляться на два года обученія, при рѣшеніи задачъ, дающихъ къ тому поводъ, и при упражненіяхъ въ отвлеченномъ счетѣ, постепенно дѣлаясь нѣсколько сложнѣе: сперва, на примѣръ, находятъ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ такихъ чиселъ какъ 8 фунтовъ, 12 аршинъ, потомъ находятъ, что половина аршина=8 вершкамъ, что, раздѣливъ единицу на двѣ равныя части, получимъ половину, что 6 половинокъ составятъ три цѣлыхъ, а въ 5 цѣлыхъ десять половинокъ и т. д.

Всякаго рода вычисленія, встрѣчающіяся въ курсѣ, должны во всѣ три года дѣлаться и устно, и письменно, устно—преимущественно съ небольшими числами, письменно—съ большими числами; хорошо вычисляетъ только тотъ, кто можетъ вычислять и въ умѣ. Полезно также упражнять въ сложеніи и вычитаніи на торговыхъ счетахъ, такъ какъ подобныя вычисленія развиваютъ пониманіе приѣмовъ вычисленій и практически очень полезны.

При хорошихъ успѣхахъ учащихся, если они твердо усвоили все указанное въ программѣ, можно познакомить ихъ съ понятіемъ о $\%$, какъ сотой долѣ числа, съ нахожденіемъ одного и нѣсколькихъ $\%$ данной суммы денегъ, съ нахожденіемъ $\%$ за мѣсяцъ и за время большее года по найденной прибыли за годъ.

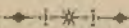
Во всѣ три года необходимо упражнять учащихся въ рѣшеніи задачъ, при чемъ задачи должны даваться какъ для приобрѣтенія навыка къ вычисленіямъ и умѣнья примѣнять дѣйствія (съ служебною цѣлью), такъ и для содѣйствія цѣли общеобразовательной; первыя должны быть легки, т. е. учащіеся должны сейчасъ же видѣть, какія дѣйствія съ данными числами слѣдуетъ дѣлать и въ какой послѣдовательности

(должны видѣть, какъ разбить сложную задачу на рядъ простыхъ) или даже можетъ быть прямо указано въ задачѣ, какія дѣйствія надо сдѣлать; вторыя не должны заключать въ себѣ большихъ чиселъ и не должны затруднять вычисленіями, чтобы все вниманіе учащагося могло быть обращено на содержаніе задачи; на рѣшеніи вторыхъ задачъ учащіеся должны познакомиться съ такими случаями примѣненія ариѳметики, которыя постоянно встрѣчаются въ жизни, но требуютъ соображенія. Этимъ выражается, что хотя задачи второго рода, требующія извѣстнаго напряженія мысли учащагося, полезны, но увлекаться усложненіемъ условій и отвлеченностью ихъ выраженія никакъ не слѣдуетъ.

При рѣшеніи задачъ слѣдуетъ требовать не только нахожденія результата, но и умѣнья изложить устно ходъ рѣшенія и письменно показать порядокъ сдѣланныхъ вычисленій и полученный въ каждомъ изъ нихъ результатъ.

Надо также требовать, чтобы учащіеся привыкли запоминать содержаніе задачи безъ многократнаго повторенія ея и приучать приниматься за рѣшеніе задачи предварительно обдумавъ, какъ ее рѣшать.

Изложеніе программы показываетъ, что при благоприятныхъ условіяхъ учащій можетъ, если находитъ полезнымъ, пройти въ первый годъ больше обязательнаго (наименьшій предѣлъ—два десятка) или во второй годъ (предѣлъ наименьшій—тысяча), а въ третій годъ могутъ быть сдѣланы дополненія, которыя указаны въ объяснительной запискѣ.



1897
2046

ЦѢНА 50 КОП.

142.1